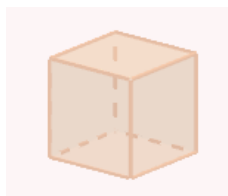
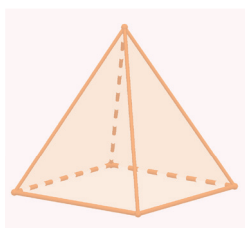


Գագիկ Աղեկյան

ԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ



Հիմնական և նպատակային
ծրագրերի համար



Երևան - 2024

ՀՏԴ 373:514(075.3)

ԳՄԴ 22.15g72

Ա 481

*Երաշխավորված է ՀՀ կրթության, գիտության,
մշակույթի և սպորտի նախարարության կողմից*

Աղեկյան Գագիկ

Ա 481 Երկրաչափություն 10 (հիմնական և նպատակային ծրագրերի համար) /
Գ. Աղեկյան.- Եր.: Էդիթ Պրինտ, 2023.- 108 էջ:

ՀՏԴ 373:514(075.3)

ԳՄԴ 22.15g72

ISBN 978-9939-969-10-7

© Գ. Աղեկյան, 2023

© Էդիթ Պրինտ 2023

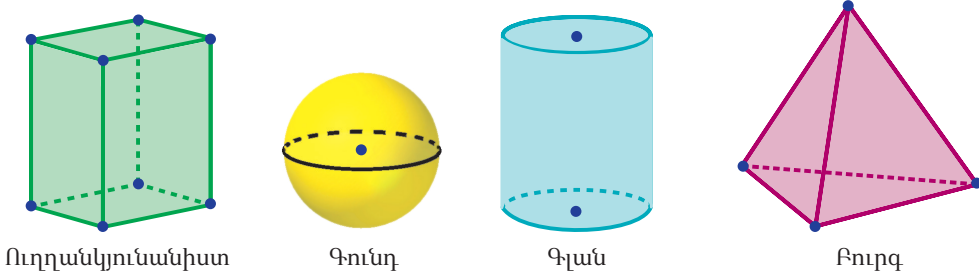
© ՀՀ ԿԳՄՄՆ, 2023

Սիրելի տասներորդ դասարանցիներ

Դուք ավարտել եք հարթաչափության ուսումնասիրումն ու սկսում եք երկրաչափության մյուս բաժնի՝ տարածաչափության ուսումնասիրումը:

Եթե հարթաչափությունն ուսումնասիրում է հարթ, այսինքն՝ նույն հարթությանը պարկանող պարկերների հարկությունները, ապա տարածաչափությունը ուսումնասիրում է պարկերների հարկությունները տարածության մեջ կամ տարածական պարկերների հարկությունները:

Որոշ տարածական պարկերների հետ դուք ծանոթացել եք դեռ տարական դպրոցում, որոշ պարկերների մասին պարկերացումները խորացվել են միջին դպրոցում: Այդպիսի պարկերներից են, օրինակ, ուղղանկյունանիստը, գունդը, գլանը, բուրգը (նկ.1):



Նկար 1

Տարածաչափության դասընթացում դուք կխորացնեք ձեր պարկերացումները վերոհիշյալ պարկերների մասին, կծանոթանաք տարածական այլ պարկերների հետ, կուսումնասիրեք հարթ պարկերների հնարավոր փոխդասավորության տարբեր դեպքեր արդեն տարածության մեջ:

Հենքային ծրագիրն ընտրած աշակերտների համար նախատեսված է նաև հարթաչափության տարբեր բաժինների ոչ հպանցիկ կրկնություն: Դա լավ հնարավորություն է հարթաչափական գիրելիքների բացերը լրացնելու, ինչպես նաև տարածաչափության համապատասխան թեմայի ուսումնասիրման համար լավ հիմքեր ստեղծելու համար:

Նույնիսկ ձեզնից նրանք, որոնք գրեթե ոչինչ չեն հիշում հարթաչափությունից, հնարավորություն ունեն յուրացնելու այս ծրագիրը, լուծելու առաջադրված խնդիրների մեծ մասը:

Դա իրոք հնարավոր է, քանի որ դուք երեք տարով մեծացել եք: Բացի դրանից, առաջադրված խնդիրներն ավելի հեշտ են, թեորեմների ապացույցները չեն ներկայացված ու ձեզնից դրանք չեն պահանջվում: Ձեզնից պահանջվում է իմանալ դրանց ձևակերպումները, հասկանալ դրանց

իմաստը ու կիրառել բավականին պարզ իրավիճակներում:

Այս ծրագրի յուրացումը ձեզ կօգնի նաև առօրյա կյանքում ու կենցաղում, կգարգացնի ձեր տրամաբանությունը, քանի որ երկրաչափությունն ուղեղը մարզելու և միտքը ճկուն դարձնելու լավ միջոց է: Հետևաբար, եթե նույնիսկ ձեր ապագա մասնագիտություններում երկրաչափական գիտելիքներ չեն էլ կիրառվելու, միևնույն է, ձեզ նույնպես երկրաչափություն սովորելը պետք է:

Հնարավոր է, որ տարիներ հետո չհիշեք երկրաչափությունից սովորած շատ ու շատ բաներ, բայց երկրաչափություն սովորելիս ձեռք բերված ձիշտ դատողություններ և հետևություններ անելու հմտությունները միշտ ձեզ հետ կլինեն: Ուրեմն, բաց մի թողեք այդ հնարավորությունը:

Հնարավոր է, որ հիմնական դպրոցում երկրաչափություն ուսումնասիրելու ձեր փորձը տխուր ու տհաճ հիշողություններ է առաջացնում, բայց դրանց վրա մի կենտրոնացեք, հակառակը, տրամադրվեք լավատեսորեն ու գործի անցեք:

Այդ դեպքում հաջողությունը չի ուշանա, դուք դրանից ձեզ լավ կզգաք ու նաև կհամոզվեք, որ երկրաչափությունը հետաքրքիր, օգտակար ու գեղեցիկ առարկա է:



ՈՒՂԻՂՆԵՐ, ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ ԵՎ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Կծանդթանաք տարածաչափության հիմնական հասակացությունների, տարածաչափության որոշ աբսիոմների ու դրանց հետևանքների հետ: Կկիրառեք դրանք խնդիրներ լուծելիս:
- Կվերհիշեք զուգահեռ ուղիղների՝ հարթաչափությունից հայտնի հայտանիշներն ու հատկությունները: Կամրապնդեք դրանք խնդիրներ լուծելիս կիրառելու հմտությունները:
- Կիմանաք ուղիղների, ուղղի և հարթության, հարթությունների զուգահեռության, խաչվող ուղիղների, հարթությանն ուղղահայաց ուղղի, ուղիղների կազմած անկյան, քառանիստի սահմանումները:
- Կսովորեք խաչվող ուղիղների, ուղղի և հարթության, երկու հարթությունների զուգահեռության, ուղղի և հարթության ուղղահայացության հայտանիշները: Կկիրառեք այդ հայտանիշները խնդիրներ լուծելիս:

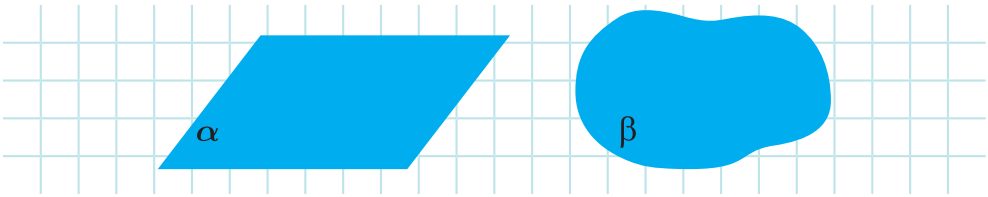
§1. Տարածաչափության որոշ աբսիոմներ և դրանց որոշ հետևանքներ

□ 1. Տարածաչափության որոշ աբսիոմներ

Կետը և ուղիղը հարթաչափության հիմնական (չսահմանվող) հասկացություններն են: Տարածաչափությունում դրանց ավելանում է հարթությունը: Որպես հիմնական (չսահմանվող) հասկացություն հարթությունը կարող է միայն նկարագրվել: Հարթության մասին մեզ պատկերացում է տալիս, օրինակ, լճակի հանդարտ մակերևույթը կամ

պատի հարթ մակերևույթը: Բայց դրանք պետք է պատկերացնել բոլոր կողմերից անվերջ շարունակված:

Հարթությունները կնշանակենք հունական փոքրատառերով՝ α , β , γ և այլն: Գծագրերում հարթությունը կպատկերենք զուգահեռագծի կամ որևէ փակ տիրույթի տեսքով (նկ. 2):



Նկար 2

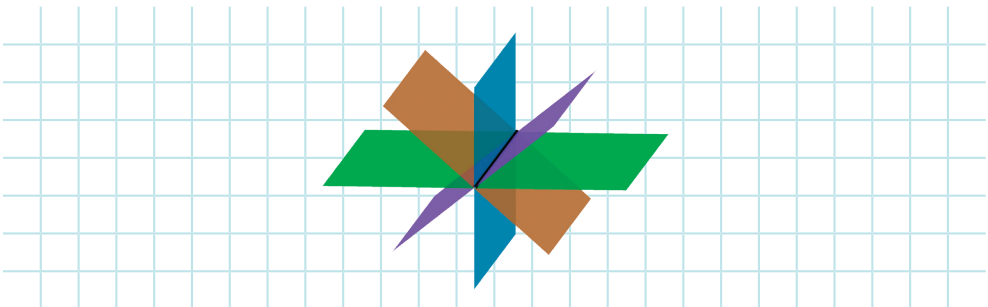
Ինչպես և հարթաչափությունում, տարածաչափության հիմնական հասկացությունների՝ կետերի, ուղիղների, հարթությունների հիմնական հատկությունները, դրանց փոխհարաբերություններն ի հայտ են գալիս աքսիոմներում:

Տարածաչափության աքսիոմներից կներկայացնենք երեքը:

Աքսիոմ 1: Մի ուղղի չպատկանող ցանկացած երեք կետով անցնում է հարթություն, այն էլ միայն մեկը:

Ուշադրություն դարձրեք, որ աքսիոմ 1-ում մի ուղղի չպատկանող ցանկացած երեք կետերի մասին երկու բան է պնդվում՝ ա) որ դրանցով անցնում է հարթություն, բ) որ այդպիսի հարթությունը միակն է:

Կարևոր է նկատել նաև, որ աքսիոմում խոսվում է մի ուղղի չպատկանող երեք կետերի մասին: Եթե այդ կետերը պատկանում են մի ուղղի, ապա դրանցով անցնում է ինչքան ասես շատ հարթություն (նկ. 3):



Նկար 3

Իսկ եթե դրանք չեն պատկանում մի ուղղի, ապա դրանցով նորից անցնում է հարթություն, բայց միայն մեկը: Ուրեմն, ցանկացած երեք կետով անցնում է հարթություն, բայց մի ուղղի չպատկանող երեք կետերով անցնող հարթությունը միակն է:

Ավելացնենք նաև, որ չորս և ավելի կետերով կարող է արդեն հարթություն չանցնել: Եթե չորս կետերից որևէ երեքը մի ուղղի վրա չլինեն, իսկ չորրորդը չպատկանի այն երեքով միարժեքորեն որոշվող հարթությանը, ապա գոյություն չի ունենա հարթություն, որին պատկանում են այդ չորս կետերը:



Ինտերակտիվ մոդել

Աքսիոմ 1

Աքսիոմ 2: Եթե ուղղի երկու կետ պատկանում է հարթությանը, ապա ուղիղը պատկանում է այդ հարթությանը:

Աքսիոմ 2-ից հետևում է, որ եթե ուղիղը ընկած չէ տրված հարթության մեջ, ապա այն այդ հարթության հետ ունի ոչ ավելի, քան մեկ կետ: Եթե ուղիղը և հարթությունն ունեն մեկ ընդհանուր կետ, ապա ասում են, որ ուղիղը հատում է հարթությունը:

Հարթության և դրա հետ ընդհանուր կետ չունեցող ուղղի մասին կխոսենք ավելի ուշ:

Աքսիոմ 2-ից հաճախ օգտվում են որևէ մակերևույթի հարթ լինելը որոշելու համար: Դրա համար, այդ մակերևույթի տարբեր մասերում, տեղադրում են լավ որակի քանոն և պարզում, արդյոք քանոնի եզրը լրիվ հավճում է այդ մակերևույթին, թե ոչ (նկ. 4):



Նկար 4



Ինտերակտիվ մոդել

Աբսիոմ 2

Աբսիոմ 3: Եթե երկու հարթություն ունեն ընդհանուր կետ, ապա դրանք ունեն այդ կետով անցնող ընդհանուր ուղիղ, որի վրա են այդ հարթությունների բոլոր ընդհանուր կետերը:

Փաստորեն աբսիոմ 3-ը պնդում է, որ երկու հարթությունների փոխդասավորության երկու դեպք է հնարավոր՝ կամ այդ հարթությունները չունեն ընդհանուր կետ, կամ դրանք ունեն ընդհանուր ուղիղ:



Ինտերակտիվ մոդել

Աբսիոմ 3

□ 2. Աբսիոմների որոշ հետևանքներ

Ներկայացնենք աբսիոմ 1-ից և աբսիոմ 2-ից ստացվող երկու պնդում:

Հետևանք 1: Ուղղով և դրան չպատկանող կետով անցնում է հարթություն, այն էլ միայն մեկը:

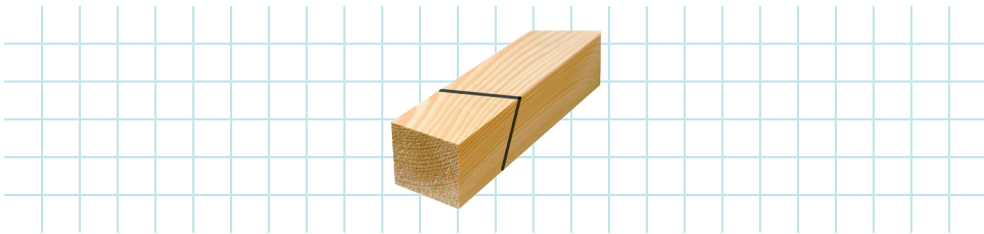
Հետևանք 2: Երկու հատվող ուղղով անցնում է հարթություն, այն էլ միայն մեկը:

Աբսիոմ 1-ը, հետևանք 1-ը և հետևանք 2-ը, փաստորեն, ներկայացնում են հարթությունը միարժեք տալու երեք եղանակ: Սա նշանակում է, որ հարթությունը կարող է տրվել.

- 1) մի ուղղի չպատկանող երեք կետով,
- 2) ուղղով և դրան չպատկանող կետով,
- 3) երկու հատվող ուղղով:

Հարթության տրման ևս մի եղանակի մասին կխոսենք հետագայում: Նախորդ կետում խոսվեց աբսիոմ 2-ի գործնական կիրառության

մասին: Գործնական կիրառություն ունի նաև հետևանք 2-ը: Երբ վարպետն ուզում է որոշակի հարթությամբ կտրել փայտե ձողը, նա ձողի կից նիստերի վրա նշում է երկու հատվող հատված, որոնցով միարժեք որոշվում է հատույթի հարթությունը (նկ. 5): Այդ հատվածներից միայն մեկի նշումը բավարար չէ հատույթի հարթությունը որոշակիացնելու համար:



Նկար 5



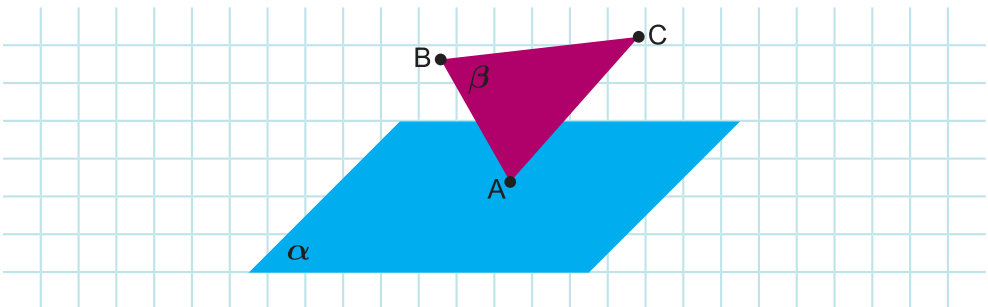
Հարցեր և խնդիրներ կրկնության համար

1. K կետը AB հատվածի կետ է, ընդ որում՝ $AK:KB = 4:3$: Գտեք AK և KB հատվածների երկարությունները, եթե $AB = 28$ սմ:
2. C կետը AB հատվածի կետ է, ընդ որում՝ $AC:CB = 2:5$: Գտեք AB հատվածի երկարությունը, եթե $AC = 6$ դմ:
3. ABC անկյունը BD և BE ճառագայթներով բաժանված է երեք անկյան, ընդ որում՝ $\angle ABD:\angle DBE:\angle EBC = 1:3:4$: Գտեք ABD, DBE և EBC անկյունները, եթե $\angle ABC = 160^\circ$:
4. Փռված անկյան գագաթից տարված է երկու ճառագայթ, որոնք այն բաժանում են երեք անկյան: Դրանցից առաջինը փռված անկյան $\frac{1}{5}$ մասն է, երկրորդը՝ $\frac{2}{3}$ մասը: Գտեք առաջացած երեք անկյունների մեծությունները:
5. Կից անկյուններից մեկը 5 անգամ փոքր է մյուսից: Գտեք այդ անկյունները:
6. Երկու անկյունների գումարը 180° է: Կարո՞ղ ենք պնդել, որ դրանք կից անկյուններ են:
7. Երկու անկյուններից մեկը սուր է, մյուսը՝ բութ: Կարո՞ղ են այդ անկյունները լինել ա) հակադիր, բ) կից:



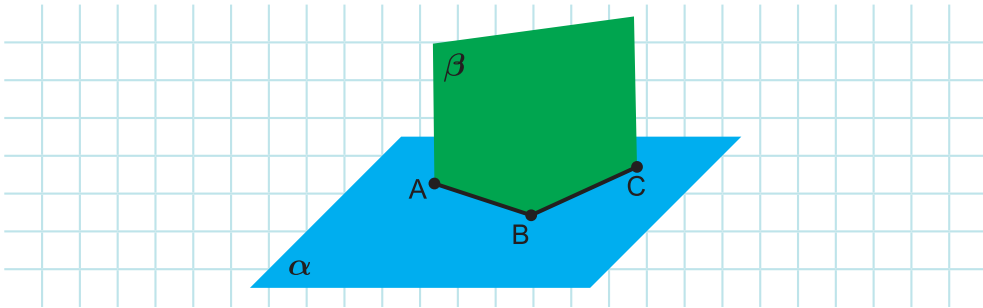
Հարցեր և խնդիրներ

8. Կարո՞ղ են նույն եռանկյան գագաթները պատկանել երկու տարբեր հարթությունների: Պատասխանը հիմնավորեք:
9. Սովորաբար տարբեր սարքեր տեղադրում են եռոտանու վրա: Այդպես վարվելը ի՞նչ երկրաչափական հիմք և ի՞նչ գործնական նպատակ ունի:
10. Ինչպե՞ս կարող եք ստուգել քանոնի որակը, եթե ունեք լավ հղկված հարթ մակերևույթ: Ի՞նչ տեսական հիմք ունի այդպիսի ստուգումը:
11. Կարո՞ղ են երկու տարբեր հարթություններ ունենալ ա) միայն մեկ ընդհանուր կետ, բ) միայն երկու ընդհանուր կետ: Պատասխանը հիմնավորեք:
12. Կարո՞ղ է α հարթությանը պատկանել ա) ուղղանկյան միայն մեկ գագաթ, բ) ուղղանկյան միայն երկու գագաթ: Եթե այդպիսի վիճակ հնարավոր է, ապա դա ներկայացրեք գծագրով կամ ձեռքի տակ եղած առարկաների միջոցով:
13. Կարո՞ղ է α հարթությանը պատկանել ուղղանկյան միայն երեք գագաթ: Պատասխանը հիմնավորեք:
14. Տրված է մի հարթության չպատկանող չորս կետ: Ապացուցեք, որ դրանցից ոչ մի երեքը մի ուղղի վրա չեն:
15. Ինչպիսի՞ն է α և β հարթությունների փոխդասավորությունը, եթե $A \in \alpha$, $B \notin \alpha$ (նկ. 6): Պատասխանը հիմնավորեք:



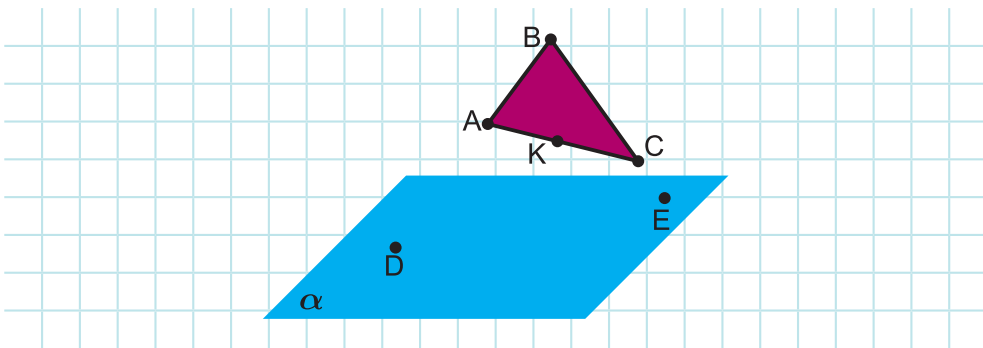
Նկար 6

16. Հայտնի է, որ A և C կետերը պատկանում են α և β հարթությանը: Կարո՞ղ են α և β հարթությունները հատվել ABC բեկյալով (նկ. 7): Պատասխանը հիմնավորեք:



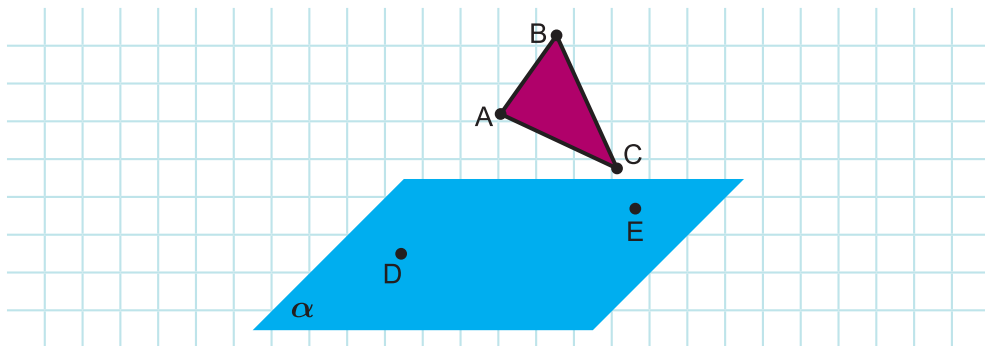
Նկար 7

17. A, B, C, D կետերը չեն պատկանում նույն հարթությանը: Ո՞ր ուղղով են հատվում այն հարթությունները, որոնցից մեկն անցնում է A, B, C , իսկ մյուսը՝ A, C, D կետերով: Պատասխանը հիմնավորեք:
18. Տրված է α հարթությունը և դրան չպատկանող ABC եռանկյունը (նկ. 8): AB և BC ուղիղները համապատասխանաբար հատում են α հարթությունը D և E կետերում: Կառուցեք ա) α և (ABC) հարթությունների հատման գիծը, բ) BK ուղղի և α հարթության հատման կետը:



Նկար 8

19. Տրված է α հարթությունը և դրան չպատկանող ABC եռանկյունը (նկ. 9): AB և BC ուղիղները համապատասխանաբար հատում են α հարթությունը D և E կետերում: Կառուցեք AC ուղղի և α հարթության հատման կետը:



Նկար 9

20. A, B, C, D կետերը չեն պատկանում նույն հարթությանը: Ապացուցեք, որ AC և BD ուղիղները չեն հատվում:
21. Տրված է երկու հատվող ուղիղ: Ճիշտ է արդյոք պնդումը, որ ցանկացած ուղիղ, որը հատում է այդ ուղիղները, պատկանում է այդ ուղիղների հարթությանը: Պատասխանը հիմնավորեք:
22. Հայտնի է, որ շրջանագիծն ու հարթությունը ունեն և) երկու ընդհանուր կետ, բ) երեք ընդհանուր կետ: Կարելի է պնդել, որ շրջանագծի բոլոր կետերը պատկանում են այդ հարթությանը: Պատասխանը հիմնավորեք:
23. Զուգահեռագծի երեք գագաթները պատկանում են ինչ-որ հարթության: Կարելի է պնդել, որ զուգահեռագծի չորրորդ գագաթը նույնպես պատկանում է այդ հարթությանը:
24. Ճիշտ է արդյոք հետևյալ պնդումը. Շրջանագծի հետ միայն մեկ ընդհանուր կետ ունեցող ուղիղն այդ շրջանագծի շոշափող է: Պատասխանը հիմնավորեք:
25. Կարող են և) երկու կետեր, բ) երեք կետեր պատկանել երկու տարբեր հարթությունների: Պատասխանը հիմնավորեք:

§2. Զուգահեռ ուղիղներ

□ 3. Զուգահեռ ուղիղներ: Ուղիղները հատողով հատելիս առաջացած անկյունները

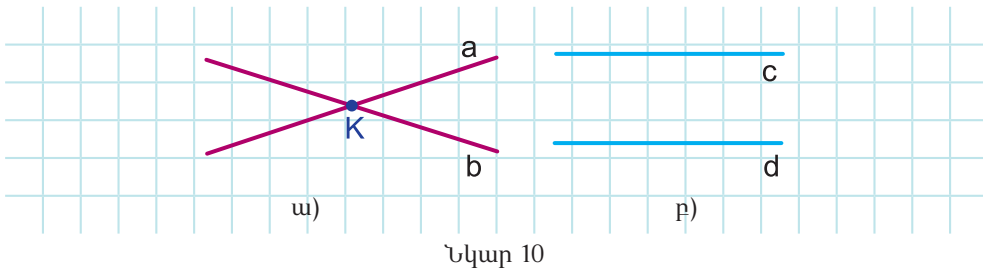
Ուղիղների փոխդասավորությունը տարածության մեջ դիտարկելուց առաջ վերհիշենք զուգահեռ ուղիղներին վերաբերող՝ հարթաչա-

փությունից հայտնի սահմանումներն ու պնդումները:

Նյութի կրկնությունը սկսենք հետևյալ դիտողությամբ. **հարթաչափությունն ուսումնասիրելիս ենթադրվում է, որ դիտարկվող երկրաչափական պատկերները ինչ-որ մի հարթության վրա են:**

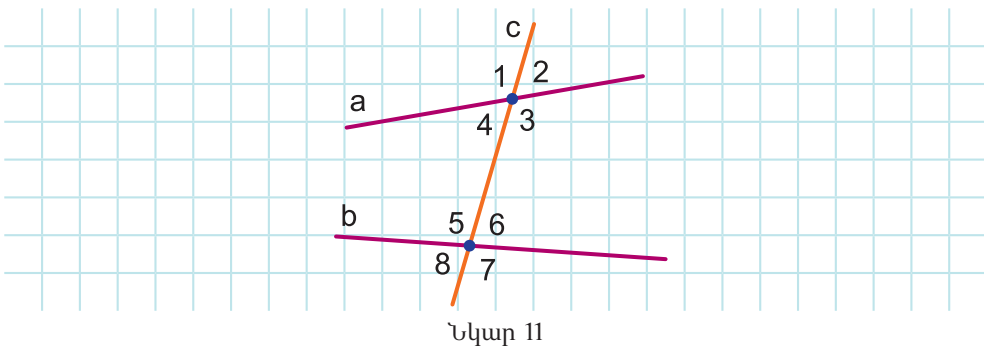
Սահմանում: Զիատվող ուղիղները կոչվում են զուգահեռ ուղիղներ:

Նկար 10 ա)-ի a և b ուղիղները հատվում են K կետում, իսկ 10 բ)-ի c և d ուղիղները զուգահեռ են: Ուղիղների զուգահեռությունը գրվում է այսպես. $c \parallel d$:



Նկար 10

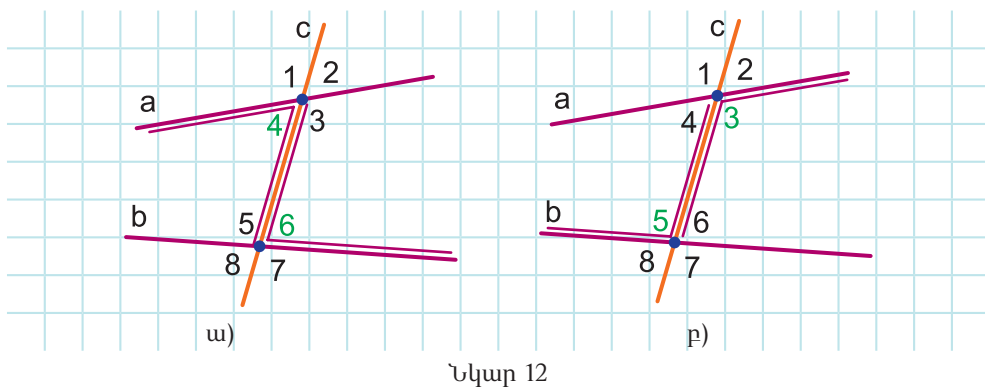
Ենթադրենք՝ c ուղիղը a և b ուղիղների հատողն է: Առաջացած ութ անկյունները նշանակենք թվերով (նկ. 11):



Նկար 11

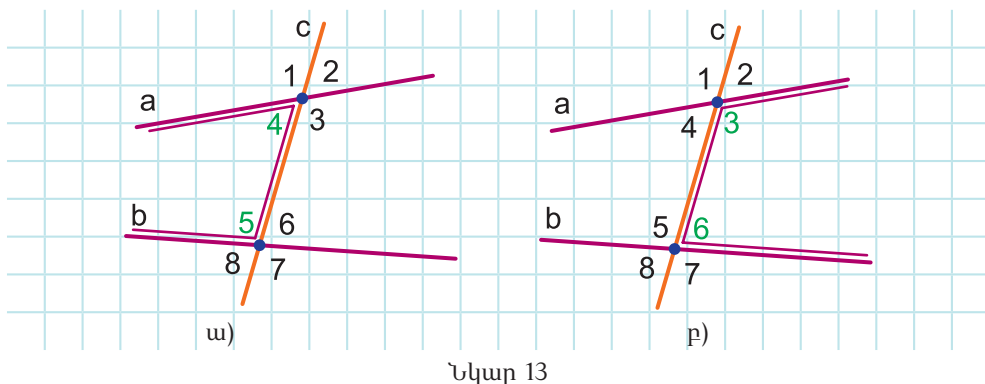
Այդ անկյունների որոշ զույգեր, անկախ նրանից a և b ուղիղները զուգահեռ են, թե ոչ, ունեն հատուկ անուններ:

4 և 6 (նկ. 12 ա), 3 և 5 (նկ. 12 բ) անկյունների զույգերը կոչվում են **խաչադիր անկյուններ:**



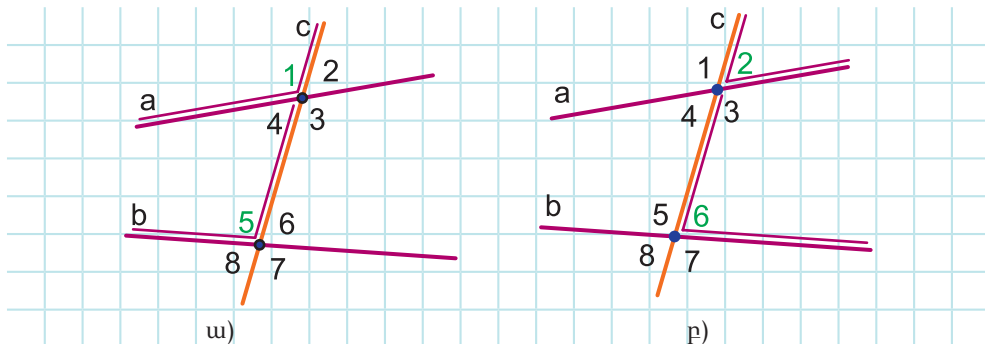
Նկար 12

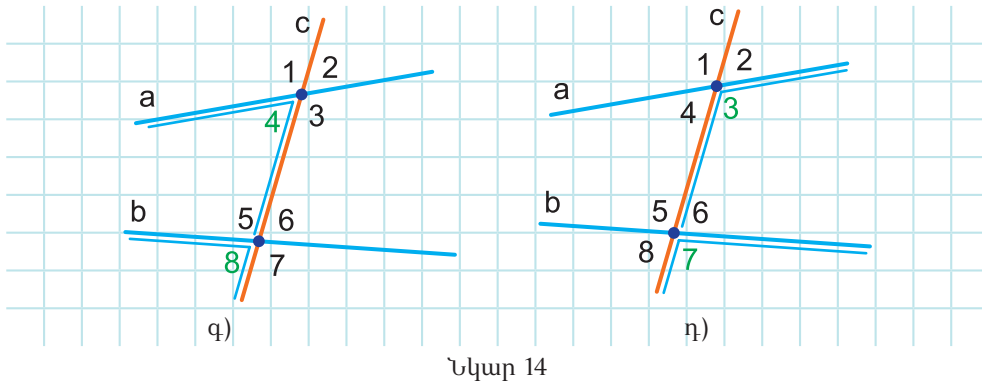
4 և 5 (նկ. 13 ա), 3 և 6 (նկ. 13 բ) անկյունների զույգերը կոչվում են **միակողմանի անկյուններ**:



Նկար 13

1 և 5 (նկ. 14 ա), 2 և 6 (նկ. 14 բ), 4 և 8 (նկ. 14 գ), 3 և 7 (նկ. 14 դ) անկյունների զույգերը կոչվում են **համադիր (համապատասխան) անկյուններ**:



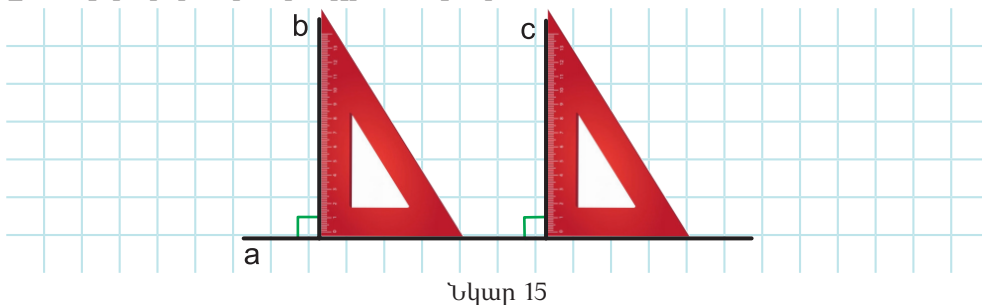


□ 4. Ուղիղների զուգահեռության հայտանիշները

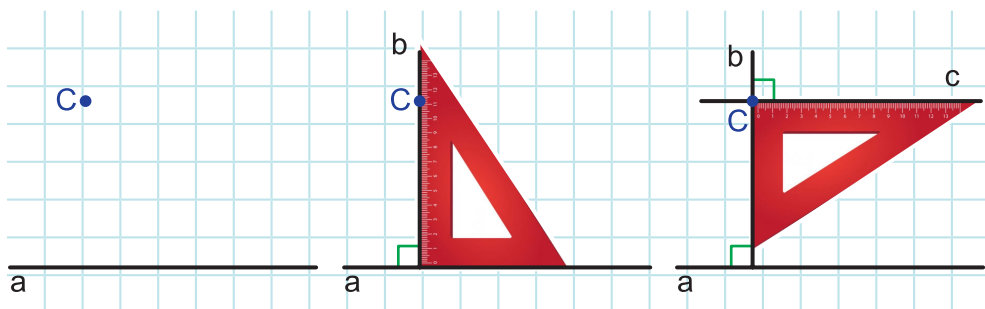
Ուղիղների զուգահեռությունը հիմնավորելու կամ գործնական նպատակով զուգահեռ ուղիղներ կառուցելու համար կարևոր է վեր-հիշել ուղիղների զուգահեռության հայտանիշները:

Թեորեմ: Եթե երկու ուղիղներ ուղղահայաց են երրորդին, ապա այդ ուղիղները զուգահեռ են:

Զուգահեռ ուղիղներ կառուցելու համար կարելի է անկյունաքանոնով որևէ ուղղի տանել ուղղահայացներ (նկ. 15): b և c ուղիղները, ըստ վերևի թեորեմի, կլինեն զուգահեռ:



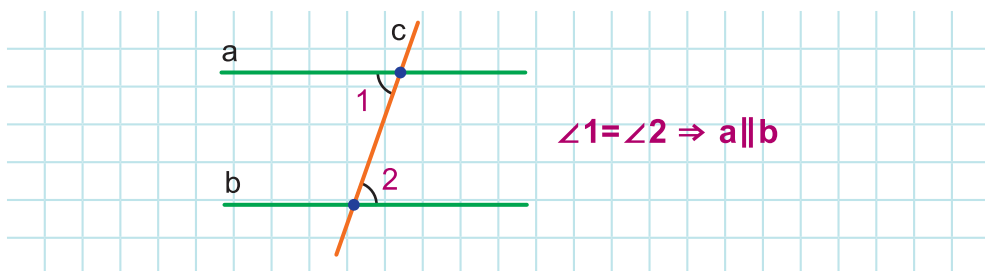
Կարելի է լուծել նաև տրված ուղղին չպատկանող կետով այդ ուղղին զուգահեռ տանելու խնդիրը (նկ. 16): Քանի որ նման կառուցման դեպքում a և c ուղիղները ուղղահայաց են b -ին, ապա կլինեն զուգահեռ:



Նկար 16

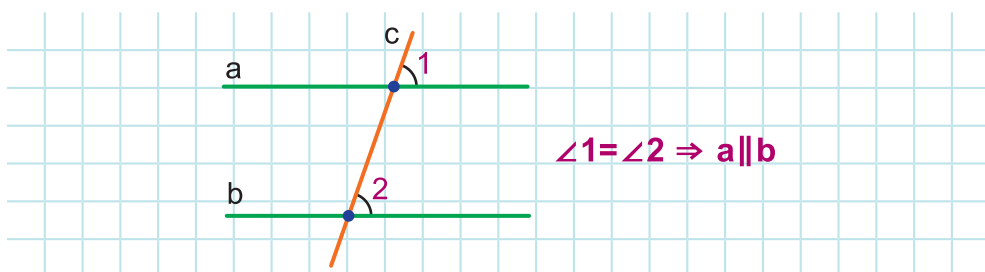
Վերհիշենք ուղիղների զուգահեռության ևս երեք հայտանիշ: Դրանց ձևակերպումներում կօգտվենք նախորդ կետում ներմուծված խաչադիր, միակողմանի և համադիր անկյուններ հասկացություններից:

Թեորեմ: Եթե երկու ուղիղներ հատողով հատելիս խաչադիր անկյունները հավասար են, ապա այդ ուղիղները զուգահեռ են (նկ. 17):



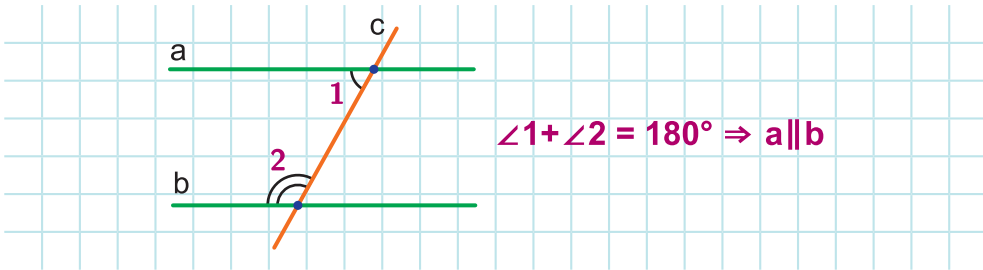
Նկար 17

Թեորեմ: Եթե երկու ուղիղներ հատողով հատելիս համադիր անկյունները հավասար են, ապա այդ ուղիղները զուգահեռ են (նկ. 18):



Նկար 18

Թեորեմ: Եթե երկու ուղիղներ հատողով հատելիս միակողմանի անկյունների գումարը 180° է, ապա այդ ուղիղները զուգահեռ են (նկ. 19):



Նկար 19

□ 5. Զուգահեռ ուղիղների հատկությունները

Կետ 4-ի առաջին թեորեմից հետևում է, որ ուղղին չպատկանող կետով կարելի է տանել այդ ուղղին զուգահեռ ուղիղ:

Իսկ քանի՞ այդպիսի ուղիղ կարելի է տանել:

Այս հարցի պատասխանը Էվկլիդեսը տվել է իր «Սկզբունքները» աշխատությունում՝ որպես կանխադրույթ ընդունելով, որ այդպիսի ուղիղը միակն է: Էվկլիդեսի ձևակերպումը այլ էր, բայց համարժեք էր այդպիսի ուղղի միակության պնդմանը:

Վերհիշենք այդ աքսիոմը և դրա երկու հետևանքները:

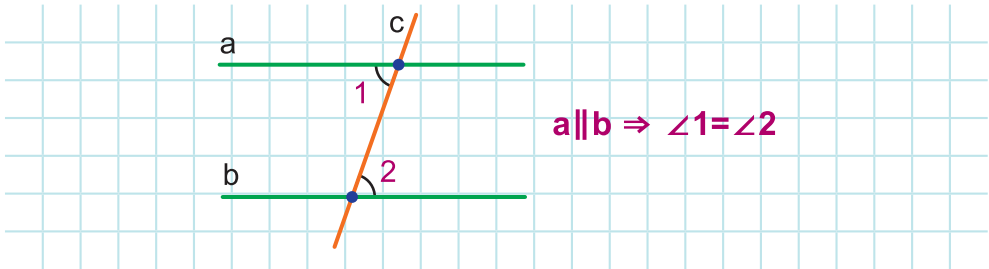
Աքսիոմ: (Զուգահեռ ուղիղների աքսիոմը) Ուղղին չպատկանող կետով կետով անցնում է տրված ուղղին զուգահեռ միայն մեկ ուղիղ:

Հետևանք 1: Եթե ուղիղը հատում է երկու զուգահեռ ուղիղներից մեկը, ապա հատում է նաև մյուսը:

Հետևանք 2: Եթե երկու ուղիղ զուգահեռ են երրորդ ուղղին, ապա դրանք զուգահեռ են:

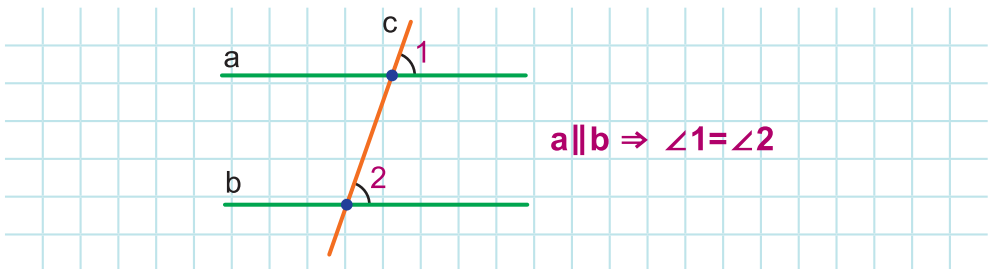
Վերհիշենք նաև զուգահեռ ուղիղներով և հատողով կազմված անկյունների մասին թեորեմները:

Թեորեմ: Եթե երկու զուգահեռ ուղիղ հատված է հատողով, ապա խաչադիր անկյունները հավասար են (նկ. 20):



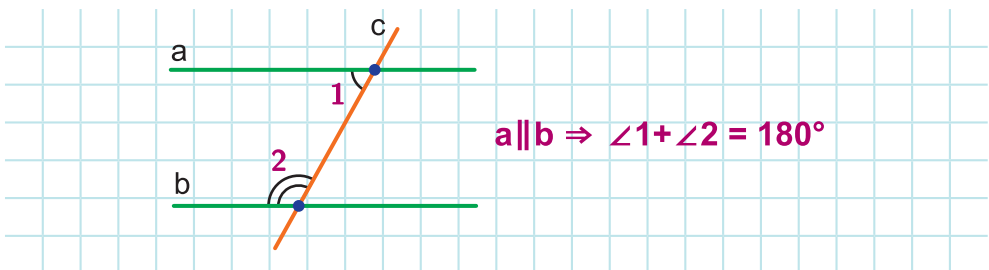
Նկար 20

Թեորեմ: Եթե երկու զուգահեռ ուղիղ հատված է հատողով, ապա համադիր անկյունները հավասար են (նկ. 21):



Նկար 21

Թեորեմ: Եթե երկու զուգահեռ ուղիղ հատված է հատողով, ապա միակողմանի անկյունների գումարը 180° է (նկ. 22):



Նկար 22

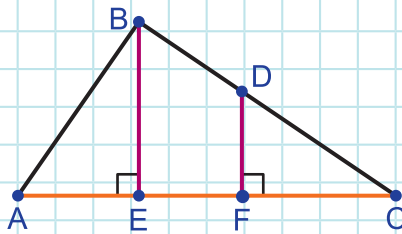


Ինտերակտիվ մոդել Զուգահեռ ուղիղների հատկությունները



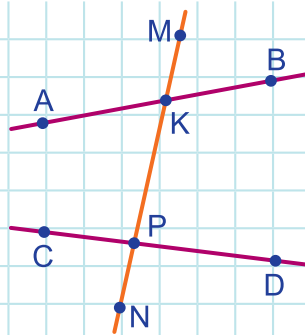
Հարցեր և խնդիրներ

26. Հայտնի է, որ a և b ուղիղները զուգահեռ են: Կարո՞ղ են դրանք ունենալ ընդհանուր կետ:
27. Նկար 23-ում $BE \perp AC$, $DF \perp AC$: Զուգահեռ են BE և DF ուղիղները: Պատասխանը հիմնավորեք:



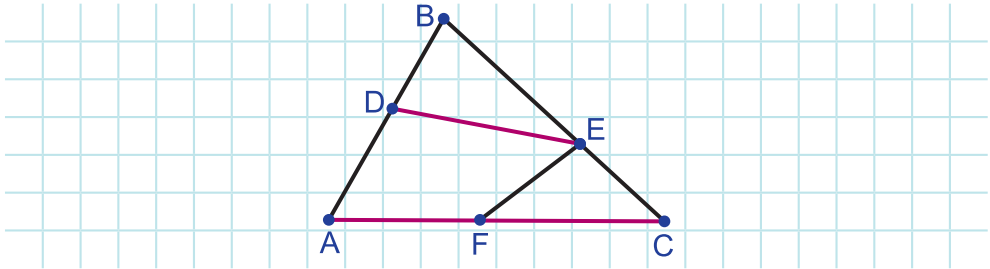
Նկար 23

28. AB և CD ուղիղները հատվել են MN ուղղով (նկ. 24): Նշեք.
- ա) խաչադիր անկյունների երկու զույգ,
 - բ) համադիր անկյունների երկու զույգ,
 - գ) միակողմանի անկյունների երկու զույգ:



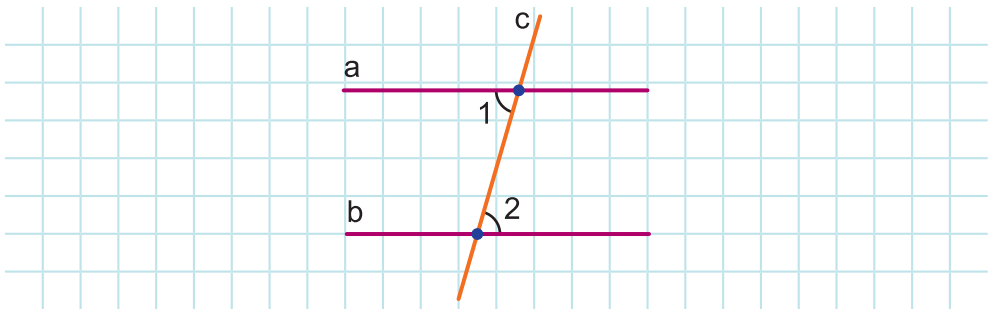
Նկար 24

29. Նկար 25-ում գտեք DE և AC ուղիղների՝ AB , BC , EF հատողներից որևէ մեկով հատելիս առաջացած խաչադիր, միակողմանի, համադիր անկյունների մեկական զույգ:



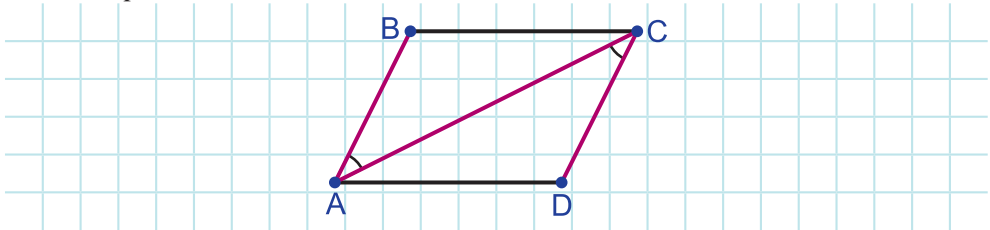
Նկար 25

30. Նկար 26-ում $\angle 1 = \angle 2$: Զուգահեռ են a և b ուղիղները: Պատասխանը հիմնավորեք:



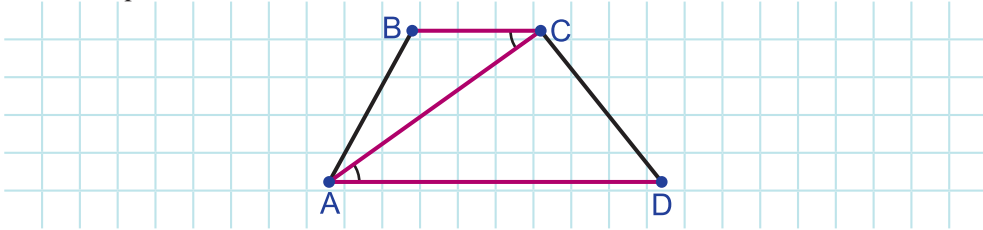
Նկար 26

31. Նկար 27-ում $\angle BAC = \angle ACD$: Ապացուցեք, որ AB -ն զուգահեռ է CD -ին:



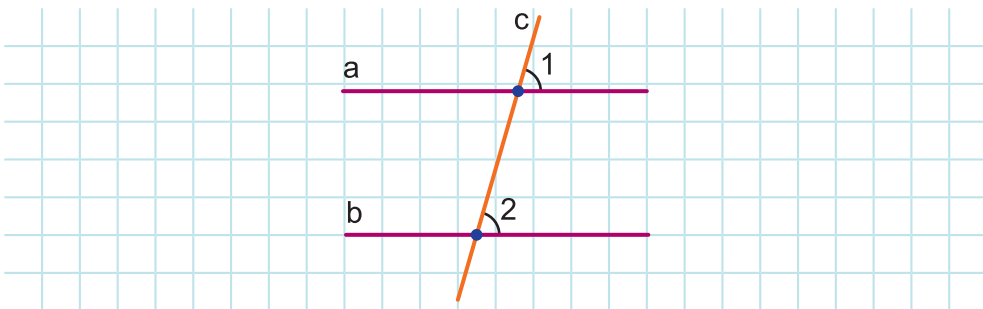
Նկար 27

32. Նկար 28-ում $\angle BCA = \angle CAD$: Ապացուցեք, որ BC -ն զուգահեռ է AD -ին:



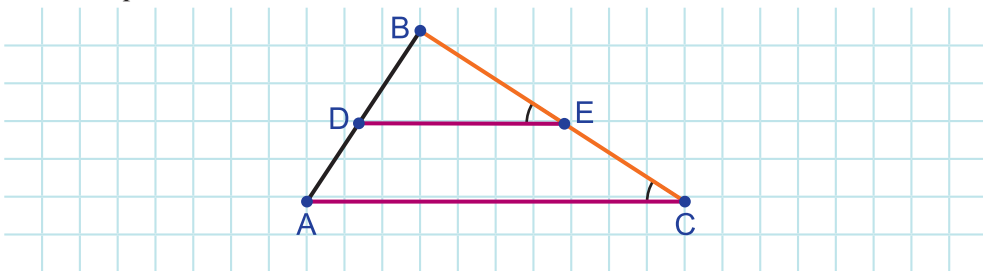
Նկար 28

33. Նկար 29-ում $\angle 1 = \angle 2$: Զուգահեռ են a և b ուղիղները: Պատասխանը հիմնավորեք:



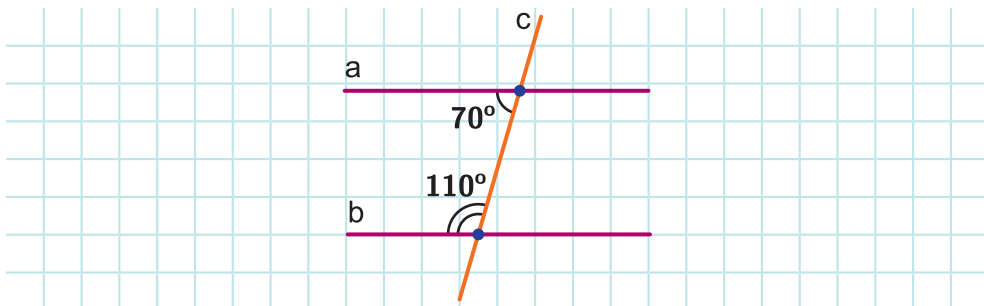
Նկար 29

34. Նկար 30-ում $\angle BED = \angle BCA$: Ապացուցեք, որ DE -ն զուգահեռ է AC -ին:



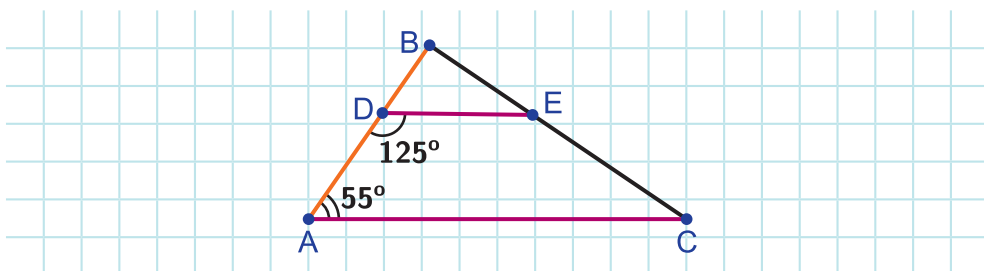
Նկար 30

35. Ինչպիսիք են նկար 31-ի a և b ուղիղները: Պատասխանը հիմնավորեք:



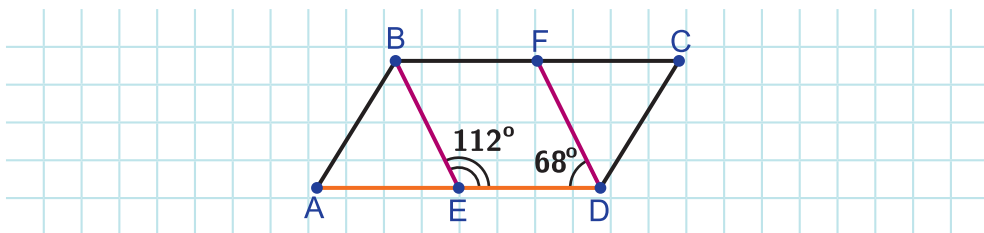
Նկար 31

36. Նկար 32-ում $\angle BAC = 55^\circ$, $\angle ADE = 125^\circ$: Ապացուցեք, որ $DE \parallel AC$:



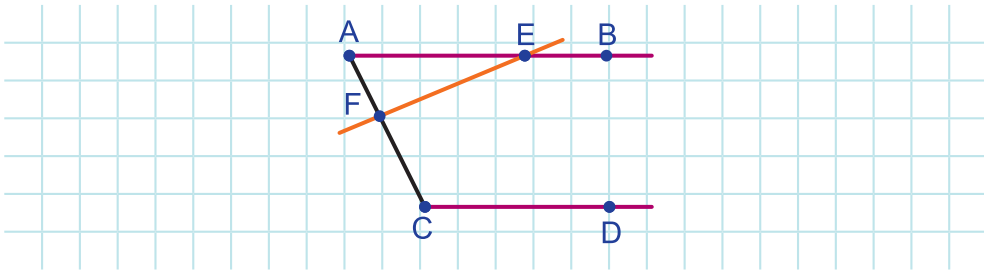
Նկար 32

37. Նկար 33-ում $\angle BED = 112^\circ$, $\angle FDE = 68^\circ$: Ապացուցեք, որ $BE \parallel DF$:



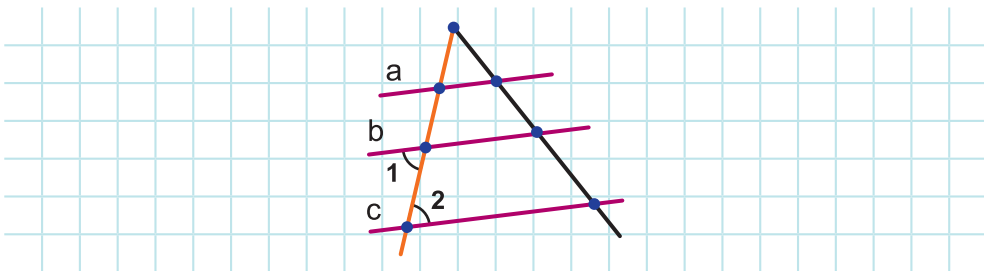
Նկար 33

38. Քանի ուղիղ կարելի է տանել a ուղղին չպատկանող K կետով, որոնք զուգահեռ են a ուղղին: Պատասխանը հիմնավորեք:
39. ABC եռանկյան կողմերից մեկը զուգահեռ է a ուղղին: Կարո՞ղ է մյուս կողմերից որևէ մեկը նույնպես զուգահեռ լինել a ուղղին: Պատասխանը հիմնավորեք:
40. Նկար 34-ում $AB \parallel CD$: EF ուղիղը հատում է CD ուղիղը: Պատասխանը հիմնավորեք:



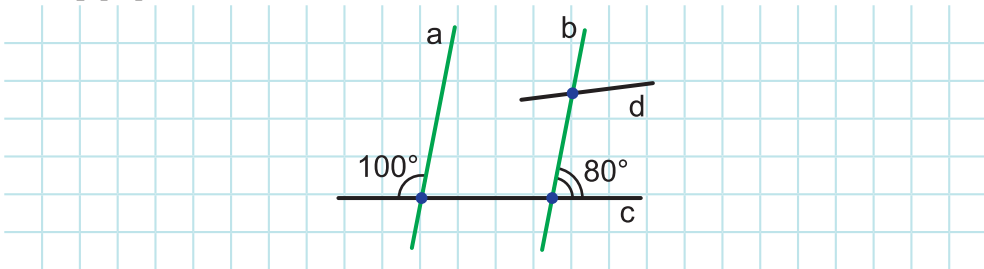
Նկար 34

41. Նկար 35-ում $a \parallel c$, $\angle 1 = \angle 2$: Ապացուցեք, որ $a \parallel b$:



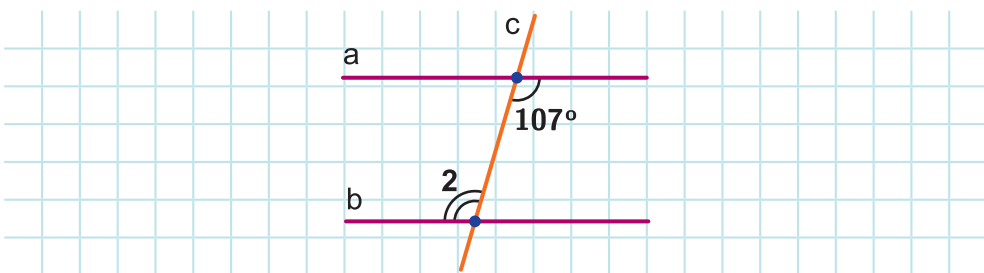
Նկար 35

42. Նկար 36-ի d ուղիղը հատում է a ուղիղը: Պատասխանը հիմնավորեք:



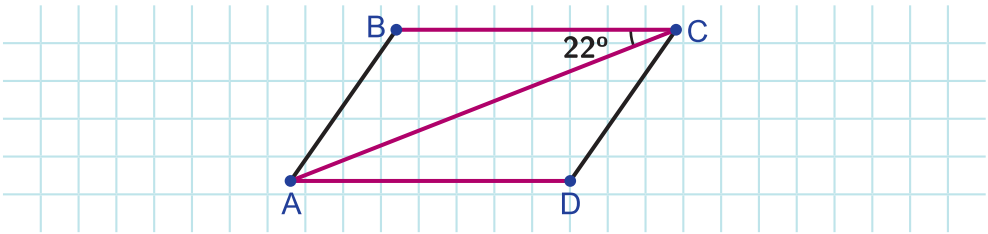
Նկար 36

43. Նկար 37-ում $a \parallel b$: Գտեք $\angle 2$ -ը:



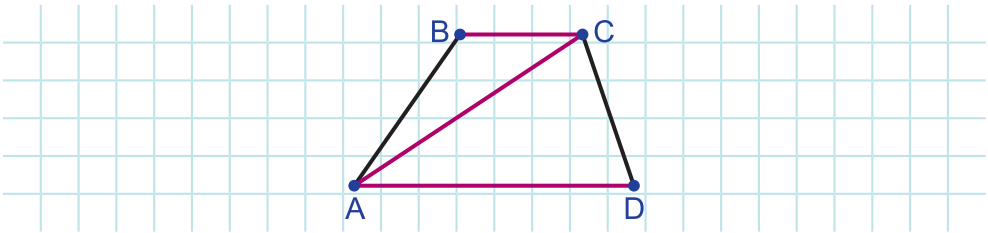
Նկար 37

44. Նկար 38-ում $BC \parallel AD$, $\angle BCA = 22^\circ$: Գտեք $\angle CAD$ -ն:



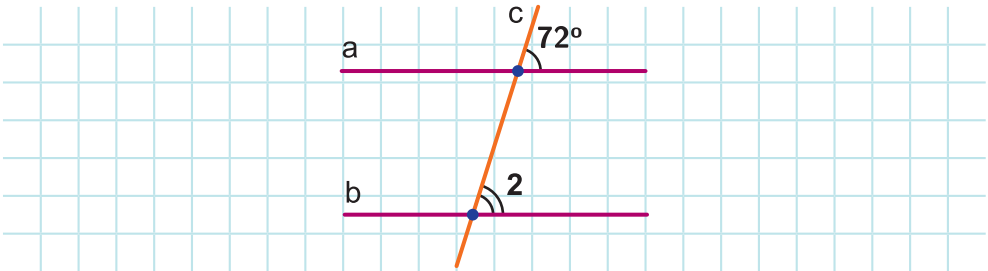
Նկար 38

45. Նկար 39-ում $BC \parallel AD$, $\angle BCA + \angle CAD = 68^\circ$: Գտեք $\angle BCA$ -ն:



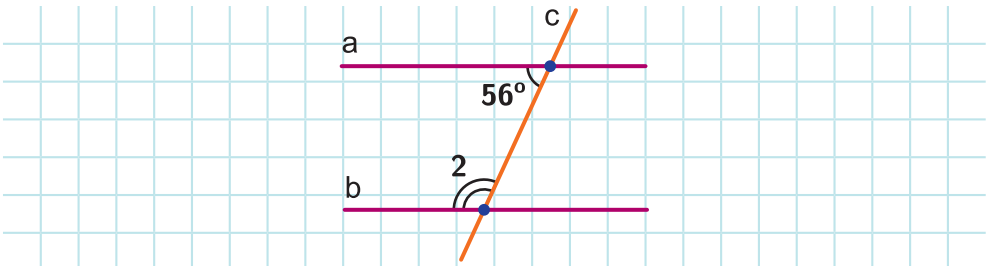
Նկար 39

46. Նկար 40-ում $a \parallel b$: Գտեք $\angle 2$ -ը:



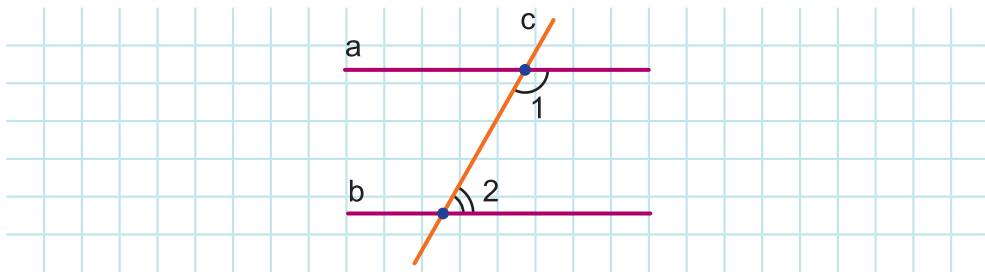
Նկար 40

47. Նկար 41-ում $a \parallel b$: Գտեք $\angle 2$ -ը:



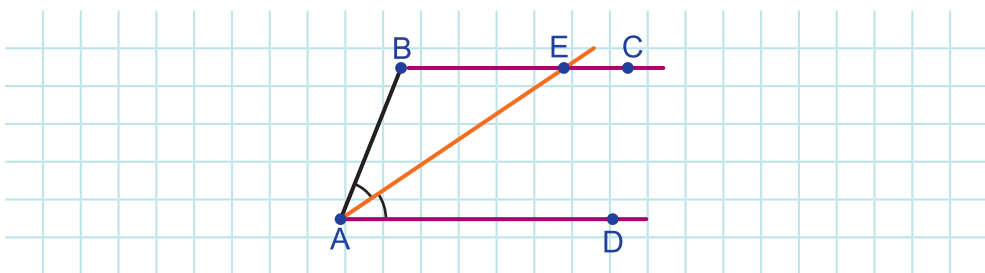
Նկար 41

48. Նկար 42-ում $a \parallel b$, $\angle 2$ -ը երկու անգամ փոքր է $\angle 1$ -ից: Գտեք $\angle 2$ -ը:



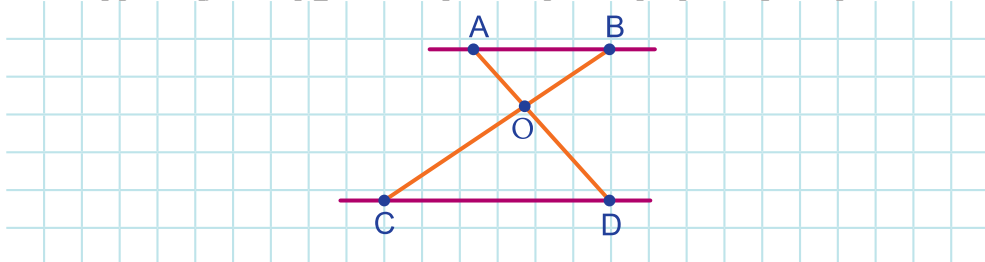
Նկար 42

49. Երկու զուգահեռ ուղիղ հատողով հատելիս միակողմանի անկյունների տարբերությունը 20° է: Գտեք այդ անկյունները:
50. Նկար 43-ում $BC \parallel AD$, AE -ն A անկյան կիսորդն է: Ապացուցեք, որ $AB = BE$:



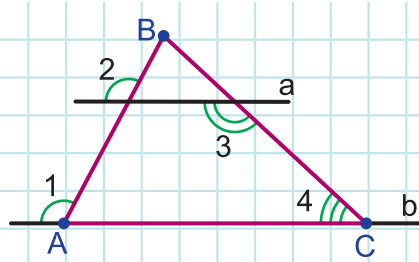
Նկար 43

51. Նկար 44-ում $AB \parallel CD$: Ապացուցեք, որ $\angle AOB$ և $\angle COD$ եռանկյունների անկյունները համապատասխանաբար հավասար են:



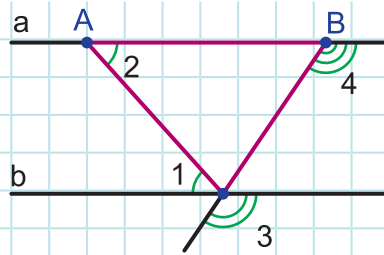
Նկար 44

52. Նկար 45-ում $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 120^\circ$: Գտեք անկյուն 4-ը:



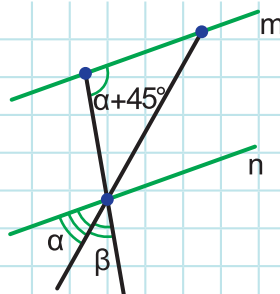
Նկար 45

53. Նկար 46-ում $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 125^\circ$: Գտեք անկյուն 4-ը:



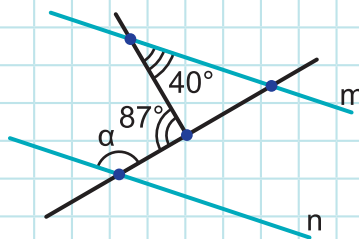
Նկար 46

54. n և m ուղիղները զուգահեռ են (նկ. 47): β -ն արտահայտեք α -ի միջոցով:



Նկար 47

55. n և m ուղիղները զուգահեռ են (նկ. 48): Գտեք α -ն:



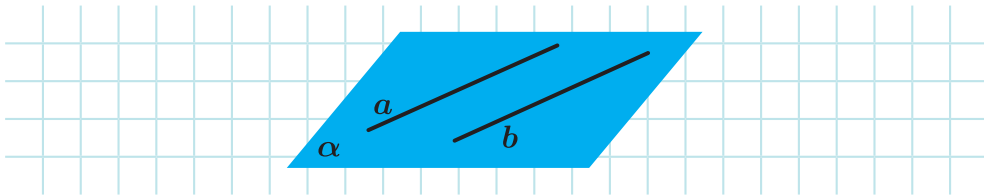
Նկար 48

§3. Ուղիղների, ուղղի և հարթության փոխդասավորությունը տարածության մեջ

□ 6. Հատվող և զուգահեռ ուղիղներ

Նախորդ կետում վերհիշեցինք ուղիղների փոխդասավորության հնարավոր դեպքերը հարթության վրա: Հարթության վրա ուղիղները կամ հատվում են, կամ զուգահեռ են: Տարածության մեջ նույնպես ուղիղները կարող են հատվել, կարող են լինել զուգահեռ: Հաջորդ կետում կիմանաք, որ այս դեպքում հնարավոր է ևս մեկ տարբերակ՝ ուղիղները կարող են լինել խաչվող:

Սահմանում: Նույն հարթության չհատվող ուղիղները կոչվում են զուգահեռ ուղիղներ (նկ. 49):



Նկար 49

Նախորդ կետում ներկայացված էր նաև երկու պնդում.

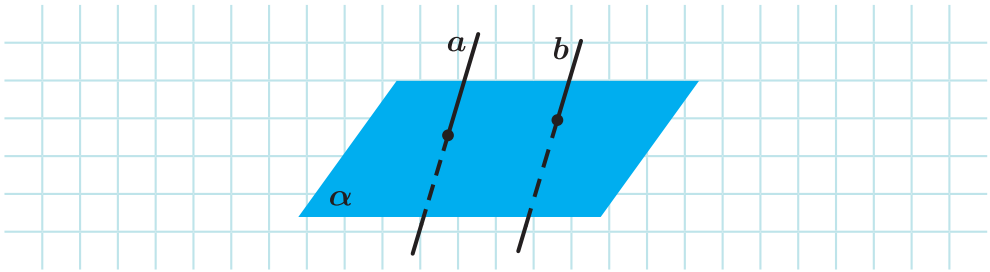
1) Եթե ուղիղը հատում է երկու զուգահեռ ուղիղներից մեկը, ապա հատում է նաև մյուսը,

2) Եթե երկու ուղիղ զուգահեռ են երրորդ ուղղին, ապա դրանք զուգահեռ են:

Սրանցից առաջինը տարածաչափությունում սխալ է (տես խնդիր 62-ը): Բայց ճիշտ է հետևյալ պնդումը.

Թեորեմ: Եթե հարթությունը հատում է զուգահեռ ուղիղներից մեկը, ապա հատում է նաև մյուսը (նկ 50):

Իսկ ուղիղների զուգահեռության փոխանցելիությունը պահպանվում է.



Նկար 50

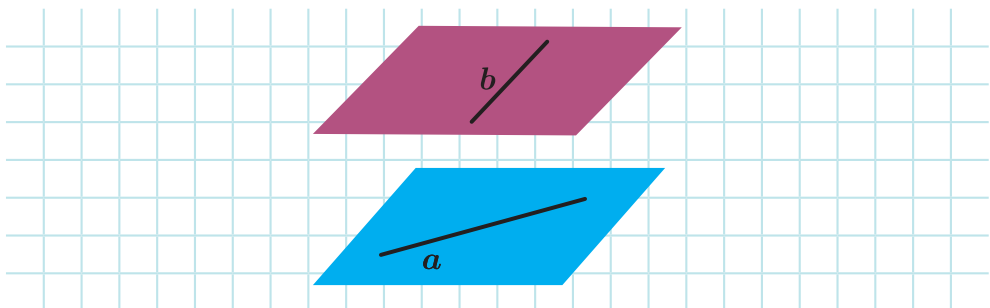
Թեորեմ: Եթե երկու ուղիղներ զուգահեռ են երրորդ ուղիղին, ապա դրանք զուգահեռ են միմյանց:

Կարելի է ապացուցել, որ երկու զուգահեռ ուղիղներով անցնում է միակ հարթություն, ինչը նշանակում է, որ հարթությունը միարժեքորեն տրվում է, եթե տրված են այդ հարթության երկու զուգահեռ ուղիղներ: Սա հարթության տրման չորրորդ եղանակն է, ինչի մասին ասվել է կետ 2-ում:

□ 7. Խաչվող ուղիղներ, խաչվող ուղիղների հայտանիշը

Ինչպես արդեն պարզել ենք հատվող կամ զուգահեռ երկու ուղիղները մի հարթության մեջ են: Իսկ կարո՞ղ են երկու ուղիղներ մի հարթության մեջ չլինել, այսինքն՝ գոյություն չունենա հարթություն, որի մեջ դրանք ընկած են:

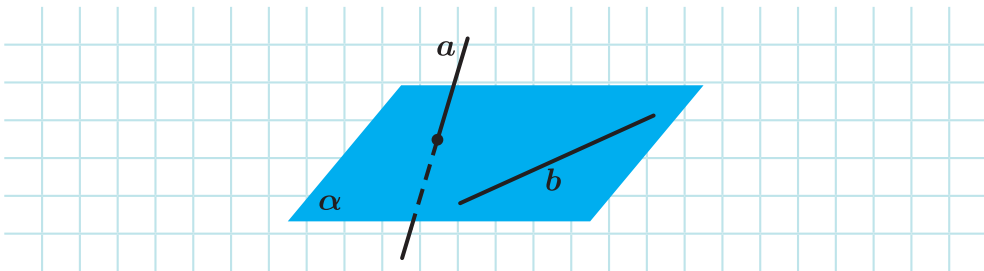
Սահմանում: Երկու ուղիղներ կոչվում են խաչվող, եթե դրանք ընկած չեն մի հարթության մեջ (նկ. 51):



Նկար 51

Խաչվող ուղիղների գոյության հիմնավորումը, ինչպես նաև ուղիղների խաչվող լինելը հիմնավորելու եղանակը տալիս է հաջորդ թեորեմը:

Թեորեմ: (Խաչվող ուղիղների հայտանիշ) Եթե երկու ուղիղներից մեկը ինչ-որ հարթությունում է, իսկ մյուսը հատում է այդ հարթությունն առաջին ուղղին չպատկանող կետում, ապա այդ ուղիղները խաչվող են (նկ. 52):



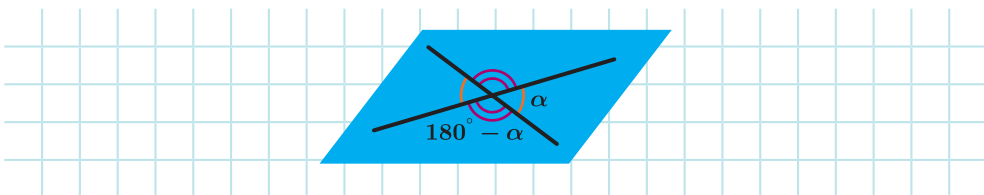
Նկար 52

Նկար 52-ում a ուղիղը α հարթությունը հատել է b ուղղին չպատկանող կետում, ուրեմն, a և b ուղիղները խաչվող են:

Ամփոփելով այս և նախորդ կետի արդյունքները՝ արձանագրենք, որ տարածության մեջ հնարավոր է ուղիղների փոխդասավորության երեք դեպք՝ երկու ուղիղները կարող են լինել կամ հատվող, կամ զուգահեռ, կամ խաչվող:

□ 8. Ուղիղների կազմած անկյունը

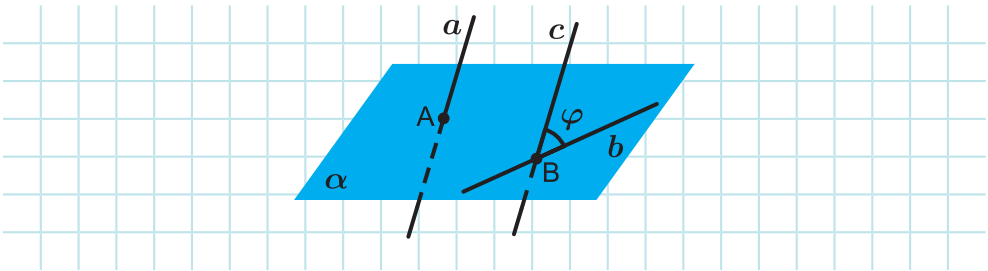
Մահմանում: Երկու հատվող ուղիղների կազմած անկյուն կոչվում է դրանց հատումից առաջացած չորս անկյուններից այն, որը չի գերազանցում մյուսներին (նկ. 53):



Նկար 53

Ջուգահեռ ուղիղների կազմած անկյուն չի սահմանվում:

Սահմանում: Խաչվող ուղիղների կազմած անկյուն է կոչվում դրանց զուգահեռ և իրար հետ հատվող ուղիղների կազմած անկյունը (նկ. 54):



Նկար 54

Նկար 54-ում a և b խաչվող ուղիղների կազմած անկյունը հավասար է b և c ($c \parallel a$) հատվող ուղիղների կազմած անկյանը: Կարելի է a ուղիղի A կետով տանել b -ին զուգահեռ ուղիղ և գտնել այդ ուղիղի և a ուղիղի կազմած անկյունը: Հնարավոր է նաև երրորդ տարբերակ՝ տարածության ցանկացած M կետով տանել a և b ուղիղներին զուգահեռ ուղիղներ և գտնել դրանց կազմած անկյունը:

Նյութը չծանրաբեռնելու համար վերևում դիտարկված տարբեր դեպքերում առաջացած անկյունների հավասարությունը հիմնավորող թեորեմը չենք ներկայացնի:

Նշենք, որ որևէ խնդրում պետք է ընտրել վերևում թվարկված տարբերակներից այն, որը տվյալ դեպքում ավելի հարմար է:



Ինտերակտիվ մոդել

Խաչվող ուղիղների կազմած անկյունը

□ 9. Ուղիղի և հարթության փոխդասավորությունը

Արսիստ 2-ից հետևում է, որ եթե ուղիղը ընկած չէ տրված հարթության մեջ, ապա այն այդ հարթության հետ ունի ոչ ավելի, քան մեկ կետ: Եթե ուղիղը և հարթությունը ունեն մեկ ընդհանուր կետ, ապա ուղիղը հատում է հարթությունը: Հետևաբար, հնարավոր է ուղիղի և

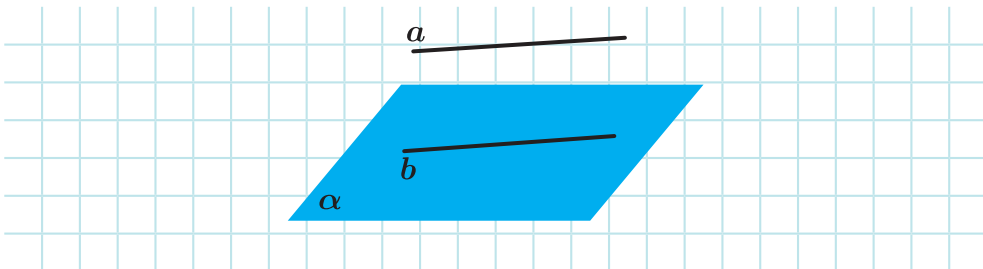
հարթության փոխդասավորության երեք դեպք.

- 1) ուղիղն ընկած է հարթության մեջ,
- 2) ուղիղը հատում է հարթությունը,
- 3) ուղիղը և հարթությունը ընդհանուր կետ չունեն:

Սահմանում: Ուղիղը և հարթությունը կոչվում են **զուգահեռ**, եթե դրանք ընդհանուր կետ չունեն:

Իսկ ուրիշ ի՞նչ իմանալով կարող ենք պնդել, որ ուղիղը զուգահեռ է հարթությանը: Այդ հարցի պատասխանը տալիս է հետևյալ թեորեմը:

Թեորեմ: (Ուղղի և հարթության զուգահեռության հայտանիշ) Եթե տրված հարթության մեջ չընկած ուղիղը զուգահեռ է այդ հարթության որևէ ուղղի, ապա այն զուգահեռ է տրված հարթությանը (նկ. 55):

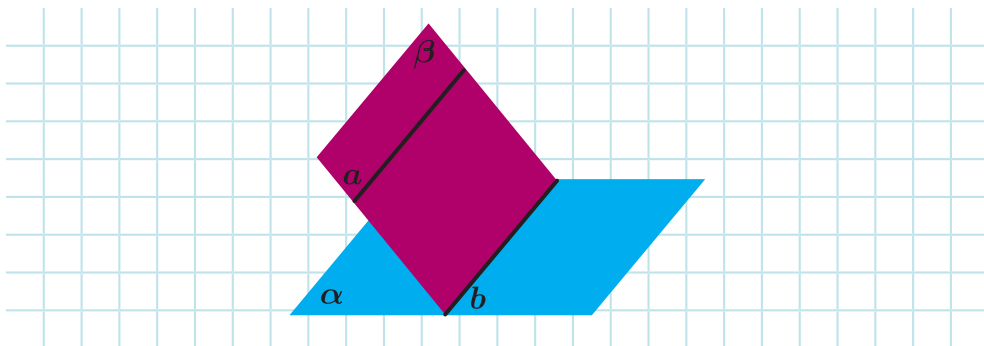


Նկար 55

Նկար 55-ում a ուղիղը զուգահեռ է α հարթության b ուղղին, հետևաբար, $a \parallel \alpha$:

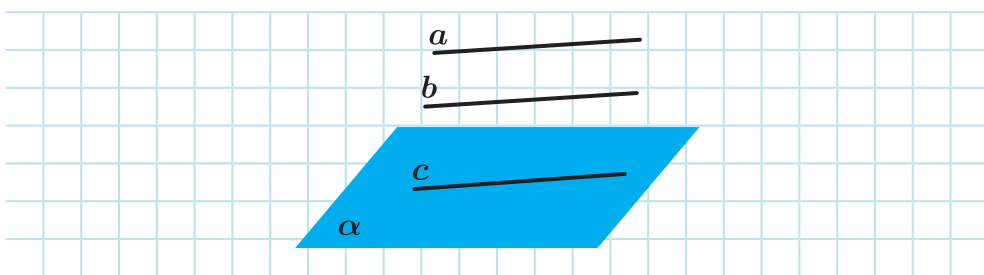
Ներկայացնենք հարթության և դրան զուգահեռ ուղղի մասին երկու թեորեմ:

Թեորեմ: Եթե β հարթությունն անցնում է α հարթությանը զուգահեռ a ուղղով և հատում է α հարթությունը b ուղղով, ապա a և b ուղիղները զուգահեռ են (նկ. 56):



Նկար 56

Թեորեմ: Եթե ուղիղը զուգահեռ է տրված հարթությանը, ապա այդ ուղիղին զուգահեռ ուղիղը կամ զուգահեռ է տրված հարթությանը, կամ ընկած է այդ հարթության մեջ (նկ. 57):



Նկար 57

Նկար 57-ում a ուղիղը զուգահեռ է α հարթությանը: a -ին զուգահեռ b ուղիղը նույնպես զուգահեռ է α հարթությանը, իսկ a -ին զուգահեռ c ուղիղն ընկած է α հարթության մեջ:



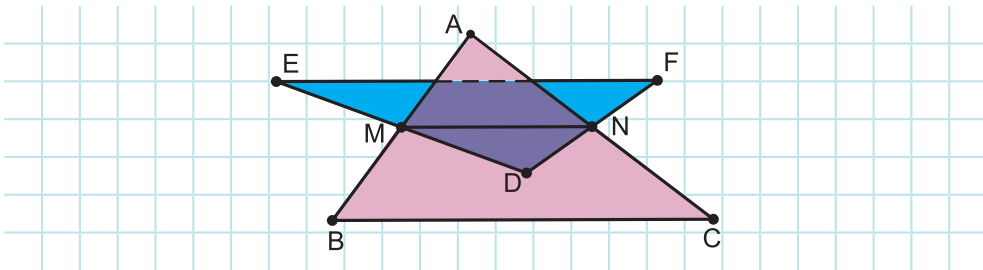
Ինտերակտիվ մոդել

Հարթությանը զուգահեռ ուղղի հատկությունը



Հարցեր և խնդիրներ

56. Ուղիղը հատում է երկու զուգահեռ ուղիղներից յուրաքանչյուրին: Գոյություն ունի՞ հարթություն, որին պատկանում են այդ երեք ուղիղները: Պատասխանը հիմնավորեք:
57. D կետը չի պատկանում A , B , C կետերով անցնող հարթությանը: Կարո՞ղ է $ABCD$ քառանկյունը լինել սեղան: Պատասխանը հիմնավորեք:
58. MN -ը տարբեր հարթությունների պատկանող ABC և DEF եռանկյունների միջին գիծն է (նկ. 58): Ինչպիսի՞ն է BC և EF ուղիղների փոխդասավորությունը: Պատասխանը հիմնավորեք:

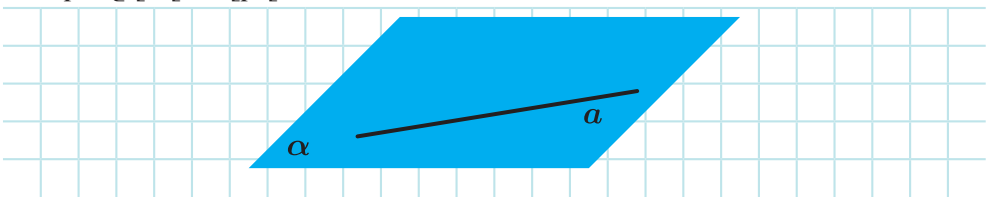


Նկար 58

59. a ուղիղը հատում է α հարթությունը: Կարո՞ղ է α հարթությունը չհատել ա) a ուղղի հետ հատվող ուղիղը, բ) a ուղղին զուգահեռ ուղիղը:
60. Օգտվելով նրանից, որ խորանարդի բոլոր նիստերը քառակուսիներ են՝ պատասխանեք հետևյալ հարցին. կարո՞ղ է ուղիղը զուգահեռ լինել ա) խորանարդի կողերից միայն մեկին, բ) խորանարդի կողերից միայն չորսին, գ) խորանարդի հինգ կողերին, դ) խորանարդի նիստերի անկյունագծերից միայն մեկին: Պատասխանը հիմնավորեք:
61. Կարո՞ղ է եռանկյան երկու կողմերի հետ ընդհանուր կետ ունեցող ուղիղը չգտնվել եռանկյան հարթության մեջ: Պատասխանը հիմնավորեք:
62. Հարթաչափությունից հայտնի է, որ եթե ուղիղը հատում է զուգահեռ ուղիղներից մեկը, ապա հատում է նաև մյուսը: Ճի՞շտ է այդ պնդումը տարածաչափությունում: Պատասխանը հիմնավորեք:
63. Ճի՞շտ է պնդումը, որ տարածության երկու ուղիղները զուգահեռ

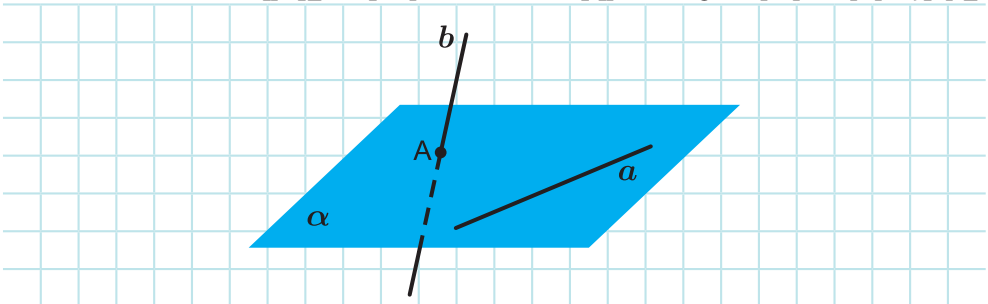
են, եթե չունեն ընդհանուր կետ:

64. a ուղղին չպատկանող M կետով տարված է երկու ուղիղ, որոնք չեն հատվում a ուղղի հետ: Ապացուցեք, որ այդ ուղիղներից գոնե մեկը և a ուղիղը խաչվող են:
65. a և b խաչվող ուղիղները հատված են c ուղղով: a , b , c ուղիղների զույգերով տարված են հարթություններ: Քանի՞ հարթություն է տարվել:
66. Տրված են A կետը և a ուղիղը: A կետով անցնող և a ուղղի հետ խաչվող քանի՞ ուղիղ է անցնում: Դիտարկեք բոլոր հնարավոր դեպքերը:
67. Նշեք $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ խորանարդի կողերի մի քանի զույգ, որոնք խաչվող ուղիղների վրա են:
68. Տրված է α հարթությունը և դրան պատկանող a ուղիղը (նկ. 59): Նշեք α հարթության A կետ և դրանով տարեք a ուղղի հետ խաչվող ուղիղ:



Նկար 59

69. a և b ուղիղները խաչվող են, a -ն պատկանում է α հարթությանը, իսկ b -ն հատում է α հարթությունը A կետում (նկ. 60): Տարեք α հարթությանը պատկանող ուղիղ, որը ա) հատում է a և b ուղիղները, բ) հատում է b ուղիղը և զուգահեռ է a ուղղին: Բացատրեք Ձեր քայլերը:



Նկար 60

70. D կետը չի պատկանում ABC եռանկյան հարթությանը: A , B , C , D կետերի յուրաքանչյուր զույգով տարված է ուղիղ: Դրանցից

նշեք երկու ուղիղ, որոնք խաչվող են: Քանի՞ այդպիսի զույգ կա:

71. a և b ուղիղները խաչվող են, իսկ c ուղիղը հատում է a ուղիղը: Ինչպիսի՞ն կարող է լինել b և c ուղիղների փոխդասավորությունը: Հնարավոր դեպքերից յուրաքանչյուրի համար արեք համապատասխան գծագիր:
72. a և b ուղիղները խաչվող են, խաչվող են նաև b և c ուղիղները: Հետևում է, արդյոք, որ a և c ուղիղները խաչվող են:
73. a ուղիղն անցնում է ABC եռանկյան AB կողմի D կետով: Ինչպիսի՞ն կարող է լինել a և BC ուղիղների փոխդասավորությունը: Հնարավոր դեպքերից յուրաքանչյուրի համար արեք համապատասխան գծագիր:
74. Հայտնի է, որ a ուղիղը զուգահեռ է α հարթությանը: ա) Զուգահեռ է a ուղիղը α հարթության ցանկացած ուղղի: բ) Կարո՞ղ է a ուղիղը հատել α հարթության որևէ ուղիղ: Պատասխանը հիմնավորեք:
75. Ճի՞շտ է արդյոք, որ նույն հարթությանը զուգահեռ ուղիղները զուգահեռ են: Պատասխանը հիմնավորեք:
76. Հարթաչափությունից հայտնի է, որ եթե ուղիղն ուղղահայաց է երկու զուգահեռ ուղիղներից մեկին, ապա այն ուղղահայաց է նաև մյուսին: Ճի՞շտ է այդ պնդումը տարածաչափությունում:
77. Հարթաչափությունից հայտնի է, որ եթե երկու ուղիղներ ուղղահայաց են երրորդին, ապա այդ ուղիղները զուգահեռ են: Ճի՞շտ է այդ պնդումը տարածաչափությունում: Հարցին պատասխանելու համար դիտարկեք որևէ ուղղանկյունանիստ:
78. a և b հատվող ուղիղների կազմած անկյունը 40° աստիճան է: Գտե՞ք a և c ուղիղների կազմած անկյունը, եթե $b \parallel c$: Պատասխանը հիմնավորեք:
79. a և b հատվող ուղիղների կազմած անկյունը 60° աստիճան է: Գտե՞ք c և d ուղիղների կազմած անկյունը, եթե $c \parallel a$, $d \parallel b$: Պատասխանը հիմնավորեք:
80. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ խորանարդի BB_1 և CC_1 կողերի վրա համապատասխանաբար վերցրած են M և N կետերն այնպես, որ $\angle MAA_1 = 50^\circ$, $MA \parallel ND$: Գտե՞ք ND և CC_1 ուղիղների կազմած անկյունը: Պատասխանը հիմնավորեք:
81. Գտե՞ք $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ խորանարդի A_1 , C_1 գագաթներով և B , D գագաթներով անցնող ուղիղների կազմած անկյունը:

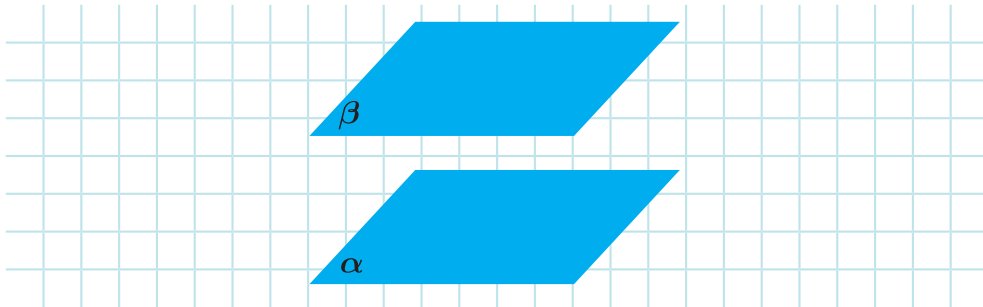
82. BC և AD հիմքերով $ABCD$ սեղանի հարթությունից դուրս վերցրած է M կետը: Ինչպիսի՞ն է CD ուղղի և ABM հարթության փոխդասավորությունը: Պատասխանը հիմնավորեք:
83. α հարթությունն անցնում է $ABCD$ զուգահեռագծի AB կողմով և չի համընկնում զուգահեռագծի հարթության հետ: Ինչպիսի՞ն է CD ուղղի և α հարթության փոխդասավորությունը: Պատասխանը հիմնավորեք:
84. A և B կետերը պատկանում են α հարթությանը, իսկ C կետը չի պատկանում α հարթությանը: Ինչպիսի՞ն է AC և BC հատվածների միջնակետերով անցնող ուղղի և α հարթության փոխդասավորությունը:
85. $ABCD$ զուգահեռագծի հարթությունից դուրս վերցրած է M կետը: Ինչպիսի՞ն է AD ուղղի և (BMC) հարթության փոխդասավորությունը:
86. Սեղանի միջին գիծը պատկանում է α հարթությանը: Որոշեք սեղանի կողմերի և α հարթության փոխդասավորությունը, եթե սեղանի գագաթները չեն պատկանում α հարթությանը: Պատասխանը հիմնավորեք:
87. a ուղիղը զուգահեռ է α և β հարթությունների հատման գծին: Ինչպիսի՞ն է a ուղղի և α հարթության փոխդասավորությունը: Պատասխանը հիմնավորեք:
88. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ խորանարդի $A_1 B_1$ կողով անցնող հարթությունը AD և BC կողերը հատում է համապատասխանաբար M և N կետերում: Կարո՞ղ է $DMNC$ քառանկյունը լինել ա) սեղան, բ) ուղղանկյուն:
89. Հայտնի է, որ a ուղիղը զուգահեռ է α հարթությանը: Ինչպիսի՞ն կարող է լինել b ուղղի և α հարթության փոխդասավորությունը, եթե $b \parallel a$:

§4. Հարթությունների փոխդասավորությունը

□ 10. Զուգահեռ հարթություններ

Ըստ արքսիոմ 3-ի՝ հնարավոր են երկու հարթությունների փոխդասավորության հետևյալ դեպքերը՝ կամ այդ հարթություններն ունեն ընդհանուր ուղիղ (հատվում են) կամ չունեն ընդհանուր կետ:

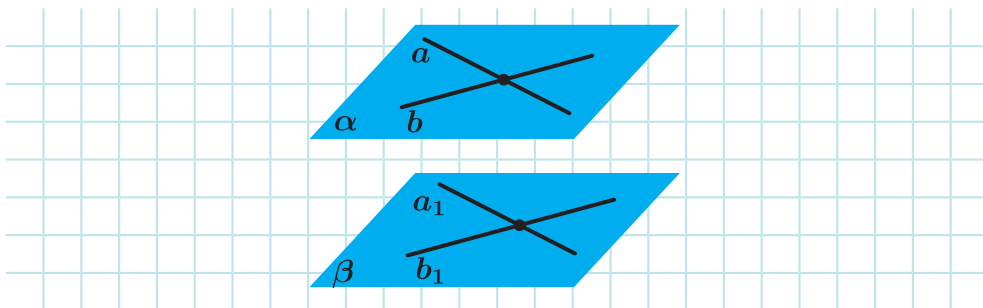
Սահմանում: Զհատվող հարթությունները կոչվում են զուգահեռ հարթություններ (նկ. 61):



Նկար 61

Զուգահեռ հարթություններ են, օրինակ, հատակի և առաստաղի հարթությունները, ձեզ ծանոթ խորանարդի հանդիպակաց նիստերի հարթությունները:

Թեորեմ: (Հարթությունների զուգահեռության հայտանիշ) Եթե մի հարթության երկու հատվող ուղիղները համապատասխանաբար զուգահեռ են մյուս հարթության երկու ուղիղներին, ապա հարթությունները զուգահեռ են (նկ. 62):



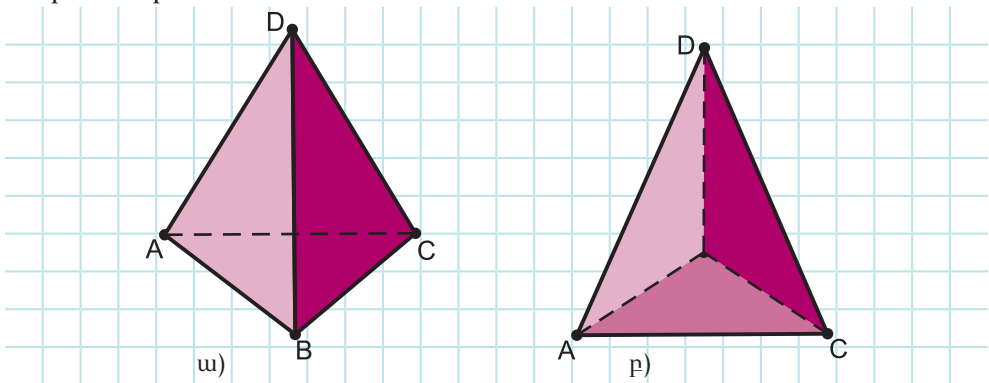
Նկար 62

Նկար 62-ում α հարթության a և b հատվող ուղիղները համապատասխանաբար զուգահեռ են β հարթության a_1 և b_1 ուղիղներին: Հետևաբար, $\alpha \parallel \beta$:

□ 11. Քառանիստ

Սահմանում: Եռանկյան գագաթները դրա հարթությանը չպատկանող կետին միացնելուց առաջացած եռանկյուններով և այդ եռանկյունով կազմված մակերևույթը կոչվում է քառանիստ (նկ. 63):

Քառանիստով սահմանափակված մարմինը նույնպես անվանում են քառանիստ:



Նկար 63

Նկար 63 ա)-ում $DABC$ քառանիստը ստացվել է ABC եռանկյան գագաթները դրա հարթությանը չպատկանող D կետին միացնելով:

Եռանկյունները (ABC , DAB , DAC , DBC), որոնցից կազմված է քառանիստը, կոչվում են **քառանիստի նիստեր**: Դրանց կողմերը կոչվում են **քառանիստի կողեր**, իսկ գագաթները՝ **քառանիստի գագաթներ**: Քառանիստի ընդհանուր գագաթ չունեցող կողերը կոչվում են **հանդիպակաց կողեր** (օրինակ, AB -ն և DC -ն):

Սովորաբար, քառանիստի նիստերից մեկն առանձնացնում են և անվանում են **հիմք**, իսկ մյուսները՝ **կողմնային նիստեր**:

Նկար 63 ա)-ում $DABC$ քառանիստի հիմքը ABC եռանկյունն է: Այդ քառանիստի հիմք կարող ենք համարել մյուս նիստերից որևէ մեկը, օրինակ, BCD -ն: Այդ դեպքում քառանիստը կնշանակենք $ABCD$ -ով:

Նկար 63 բ)-ում պատկերված է նույն $DABC$ քառանիստը, բայց այլ դիտակետից: Ընդունված է քառանիստը պատկերելիս դրա չերևացող կողերը գծել կետագծերով:

Տարածական պատկերների գծագրերի որոշ առանձնահատկությունների մասին կխոսենք հետագայում (բազմանիստ թեմայում):

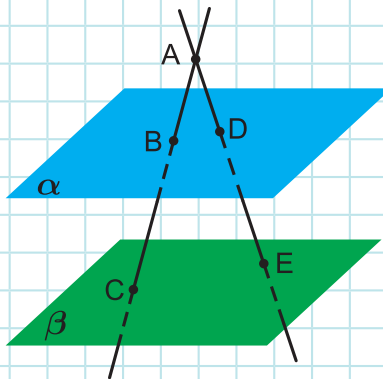


Ինտերակտիվ մոդել Քառանիստ



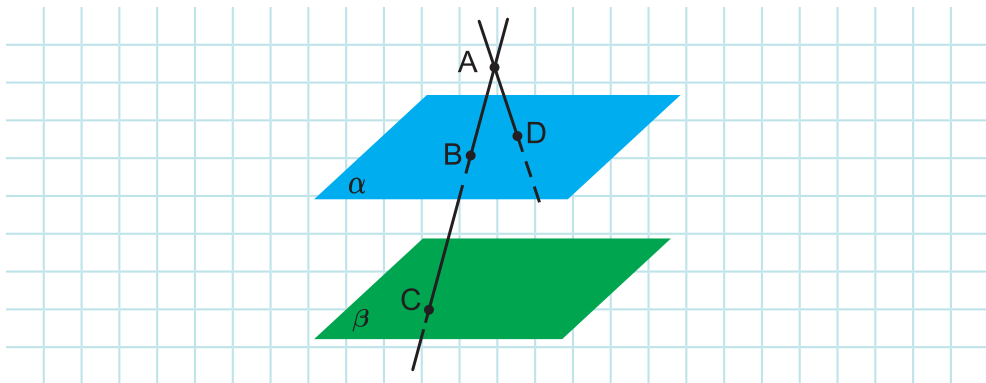
Հարցեր և խնդիրներ

90. Քանի՞ հատման գիծ կառաջանա երեք հարթությունների զույգ առ զույգ հատվելիս:
91. a ուղիղը հատում է α հարթությունը: Գոյություն ունի՞ a ուղղով անցնող հարթություն, որը զուգահեռ է α հարթությանը: Պատասխանը հիմնավորեք:
92. α և β հարթությունները հատվում են: Գոյություն ունի՞ այդ հարթությունները զուգահեռ ուղիղներով հատող հարթություն: Պատասխանը հիմնավորեք:
93. Ինչպիսին կարող է լինել α և β հարթությունների փոխդասավորությունը, եթե ա) α հարթության ինչ-որ ուղիղ ընկած չէ β հարթության մեջ, բ) α հարթության ոչ մի ուղիղ ընկած չէ β հարթության մեջ: Պատասխանը հիմնավորեք:
94. α և β հարթությունները զուգահեռ են a ուղղին: Կարելի՞ է պնդել, որ այդ հարթությունները զուգահեռ են: Հարցին պատասխանելու համար դիտարկեք որևէ ուղղանկյունանիստ:
95. A կետով անցնող երկու ուղիղ հատում են α և β զուգահեռ հարթությունները համապատասխանաբար B, C և D, E կետերում (նկ. 64): Կարո՞ղ են BD և CE ուղիղները լինել ա) խաչվող, բ) հատվող:



Նկար 64

96. A կետով անցնող երկու ուղիղ հատում են α և β զուգահեռ հարթությունները համապատասխանաբար B, C և D, E կետերում (նկ. 65): Օգտվելով նախորդ խնդրից՝ լրացրեք գծագիրը և կառուցեք E կետը:



Նկար 65

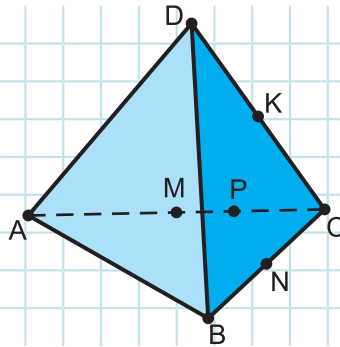
97. Ճիշտ է արդյոք պնդումը, որ հարթությունները զուգահեռ են, եթե մի հարթության երկու ուղիղներ զուգահեռ են մյուս հարթության երկու ուղիղներին:
98. Բազմանկյան կողմն ու անկյունագիծը զուգահեռ են α հարթությանը: Ճիշտ է պնդումը, որ բազմանկյան հարթությունը զուգահեռ է α հարթությանը, եթե բազմանկյունը ա) քառանկյուն է, բ) հնգանկյուն է:
99. α և β հարթությունները զուգահեռ են: Ապացուցեք, որ եթե a ուղիղը պատկանում է α հարթությանը, ապա այն զուգահեռ է β հարթությանը:
100. Եռանկյան երկու կողմերը զուգահեռ են α հարթությանը: Կարո՞ղ է եռանկյան երրորդ կողմը զուգահեռ չլինել α հարթությանը:
101. Տրված են երկու զուգահեռ հարթություն և ուղիղ, որը զուգահեռ է դրանցից մեկին և ընկած չէ մյուս հարթության մեջ: Ինչպիսի՞ն է այդ ուղիղի և երկրորդ հարթության փոխդասավորությունը:
102. Ապացուցեք, որ եթե երկու զուգահեռ հարթություններ հատված են երրորդ հարթությամբ, ապա հատման գծերը զուգահեռ են:
103. Օգտվելով նրանից, որ ուղղանկյունանիստի բոլոր նիստերը ուղղանկյուններ են՝ ապացուցեք, որ ուղղանկյունանիստի հանդիպակաց նիստերի հարթությունները զուգահեռ են:
104. Քանի՞ գագաթ և քանի՞ կող ունի քառանիստը:

105. Քանի կողմնային նիստ ունի քառանիստը:

106. Ունե՞ք լուցկու վեց հավասար հատիկ: Դրանք դասավորե՞ք այնպես, որ ստացվի լուցկու հատիկին հավասար կողմով չորս հավասարակողմ եռանկյուն:

107. Նշե՞ք $DABC$ քառանիստի կողերի մի քանի զույգ, որոնք խաչվող ուղիղների վրա են:

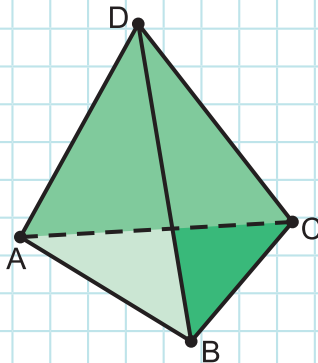
108. M , N , K կետերը $DABC$ քառանիստի համապատասխանաբար AC , BC , DC կողերի միջնակետերն են, իսկ P կետը AC կողի վրա է (նկ. 66): Ինչպիսի՞ն է ա) AB և PN , բ) NK և DB , գ) MK և AD ուղիղների փոխդասավորությունը: Պատասխանը հիմնավորե՞ք:



Նկար 66

109. $DABC$ քառանիստի DA , DB և DC կողերի միջնակետերը համապատասխանաբար M , N , K կետերն են: Ինչպիսի՞ն է M , N , K կետերով անցնող հարթության և քառանիստի հիմքի հարթության փոխդասավորությունը: Պատասխանը հիմնավորե՞ք:

110. Տրված է $DABC$ քառանիստը (նկ. 67): Տարե՞ք ABC հիմքին զուգահեռ որևէ հարթություն: Հիմնավորե՞ք կառուցումը:



Նկար 67

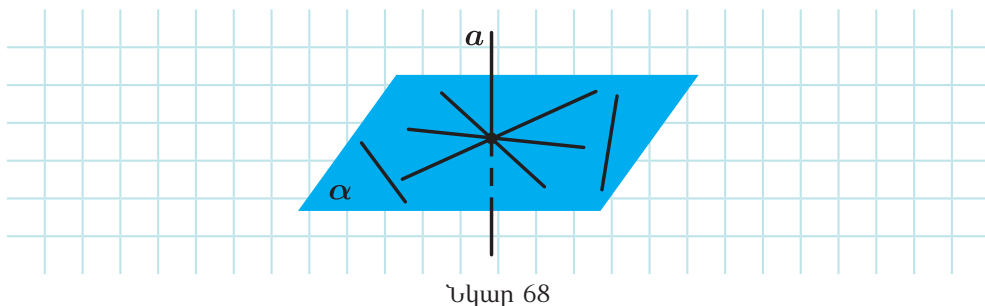
111. $DABC$ քառանիստի DA և DC կողերի M և N կետերն այնպիսին են, որ $MN \parallel AC$: M և N կետերով անցնող հարթությունը քառանիստի AB և BC կողերը հատում է համապատասխանաբար K և P կետերում: Ինչպիսի՞ն է $MKPN$ քառանկյունը: Պատասխանը հիմնավորեք:
112. $DABC$ քառանիստի DA և DC կողերի M և N կետերն այնպիսին են, որ MN ուղիղը զուգահեռ չէ քառանիստի հիմքի հարթությանը: Կառուցեք MN ուղղի և քառանիստի հիմքի հարթության հատման կետը: Հիմնավորեք Ձեր քայլերը:
113. $DABC$ քառանիստի DA և DC կողերի M և N կետերն այնպիսին են, որ MN ուղիղը զուգահեռ չէ քառանիստի հիմքի հարթությանը: Կառուցեք MN ուղղով և BC կողի K միջնակետով անցնող հարթության ու քառանիստի հիմքի հարթության հատման գիծը: Հիմնավորեք Ձեր քայլերը:

§5. Ուղղի և հարթության ուղղահայացությունը

□ 12. Հարթությանն ուղղահայաց ուղիղ

Ներմուծենք ուղղի և հարթության ուղղահայացության հասկացությունը:

Սահմանում: Ուղիղը կոչվում է ուղղահայաց հարթությանը, եթե այն ուղղահայաց է հարթության ցանկացած ուղղի (սկ. 68):

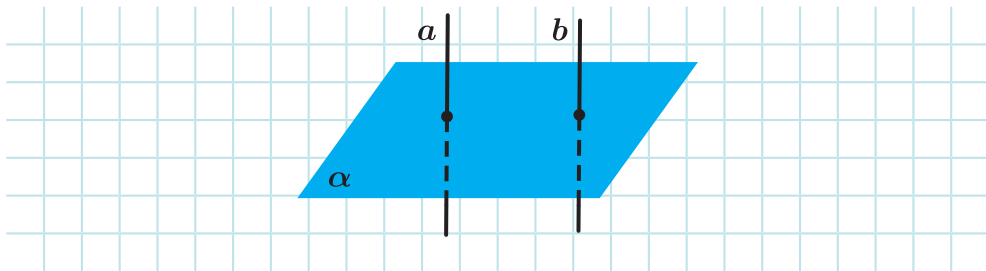


Կետ 9-ում տեսանք, որ հնարավոր է ուղղի և հարթության փոխադասավորության երեք դեպք.

- 1) ուղիղն ընկած է հարթության մեջ,
 - 2) ուղիղը հատում է հարթությունը,
 - 3) ուղիղը և հարթությունը ընդհանուր կետ չունեն (զուգահեռ են):
- 1) և 3) դեպքերում կգտնվեն հարթության ուղիղներ, որոնք ուղղահայաց չեն լինի այդ ուղղին: Ուրեմն, եթե ուղիղն ուղղահայաց է հարթությանը, ապա այն հատում է հարթությունը:

Ուղիղների կազմած անկյան սահմանումից հետևում է, որ.

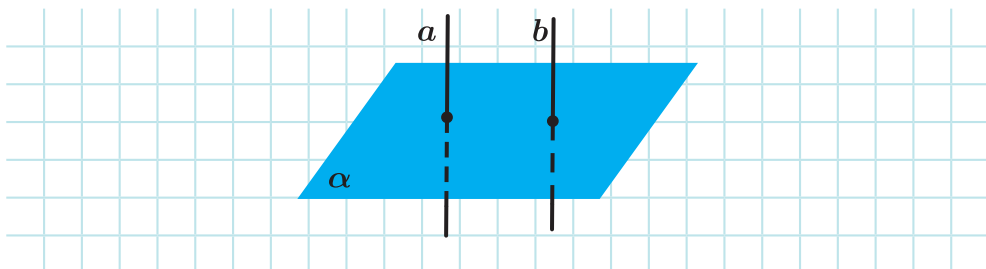
Թեորեմ: Եթե զուգահեռ ուղիղներից մեկն ուղղահայաց է հարթությանը, ապա մյուսը նույնպես ուղղահայաց է այդ հարթությանը՝ $a \parallel b, a \perp \alpha \Rightarrow b \perp \alpha$ (նկ. 69):



Նկար 69

Ճիշտ է նաև հակադարձ պնդումը.

Թեորեմ: Հարթությանն ուղղահայաց ուղիղները զուգահեռ են՝ $a \perp \alpha, b \perp \alpha \Rightarrow a \parallel b$ (նկ. 70):



Նկար 70



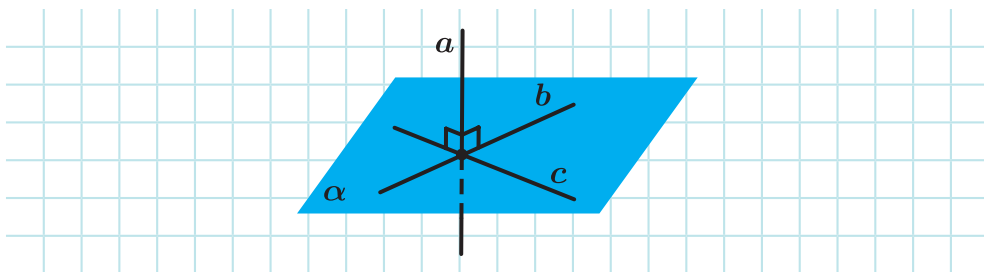
Ինտերակտիվ մոդել

Հարթությանն ուղղահայաց ուղիղ

□ 13. Ուղղի և հարթության ուղղահայացության հայտանիշը

Հասկանալի է, որ ստուգել ուղղի ուղղահայացությունը հարթության բոլոր ուղիղներին, ինչը ենթադրում է հարթությանն ուղղահայաց ուղիղի սահմանումը, գործնականում անհնար է: Հաջորդ թեորեմը ցույց է տալիս, որ դրա անհրաժեշտությունը չկա, բավական է ստուգել ուղղի ուղղահայացությունը հարթության երկու հատվող ուղիղներից յուրաքանչյուրին:

Թեորեմ: (Ուղղի և հարթության ուղղահայացության հայտանիշ) Եթե ուղիղն ուղղահայաց է հարթության երկու հատվող ուղիղների, ապա ուղղահայաց է այդ հարթությանը՝ $a \perp b, a \perp c \Rightarrow a \perp \alpha$ (նկ. 71):



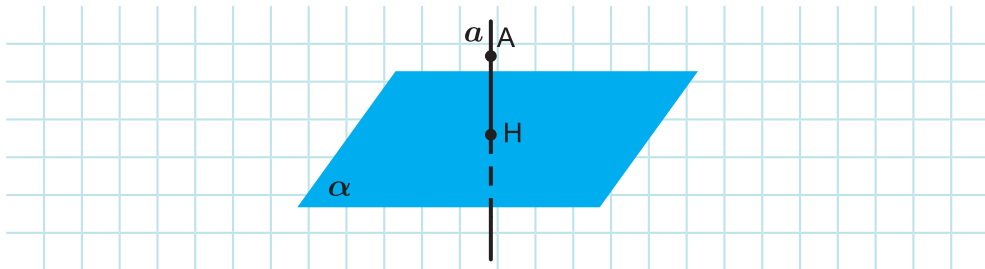
Նկար 71

Ուրեմն, եթե ուղիղն ուղղահայաց է հարթության երկու հատվող ուղիղների, ապա ուղղահայաց է այդ հարթության ցանկացած ուղղի:

Նշենք, որ թեորեմն ունի գործնական լայն կիրառություն: Դրանից, մասնավորապես, օգտվում են շինությունների սյուների՝ հիմքի հարթությանն ուղղահայաց լինելն ապահովելու համար (տես նաև 127 խնդիրը):

□ 14. Ուղղահայաց և թեքեր: Ուղղի և հարթության կազմած անկյունը

Դիտարկենք α հարթությունը և դրան չպատկանող A կետը: A կետով տանենք α հարթությանն ուղղահայաց ուղիղ և H -ով նշանակենք այդ ուղղի և α հարթության հատման կետը (նկ. 72):

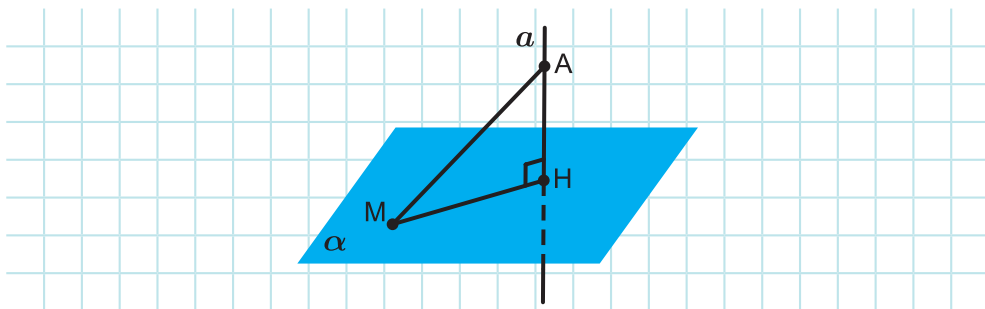


Նկար 72

Սահմանում: AH հատվածը կոչվում է A կետից α հարթությանը տարված ուղղահայաց, իսկ H կետը՝ ուղղահայացի հիմք (նկ. 72):

α հարթության մեջ նշենք H -ից տարբեր որևէ M կետ և տանենք AM հատվածը:

Սահմանում: AM հատվածը կոչվում է A կետից α հարթությանը տարված թեք, իսկ M կետը՝ թեքի հիմք: HM հատվածը կոչվում է թեքի պրոյեկցիա α հարթության վրա (նկ. 73):

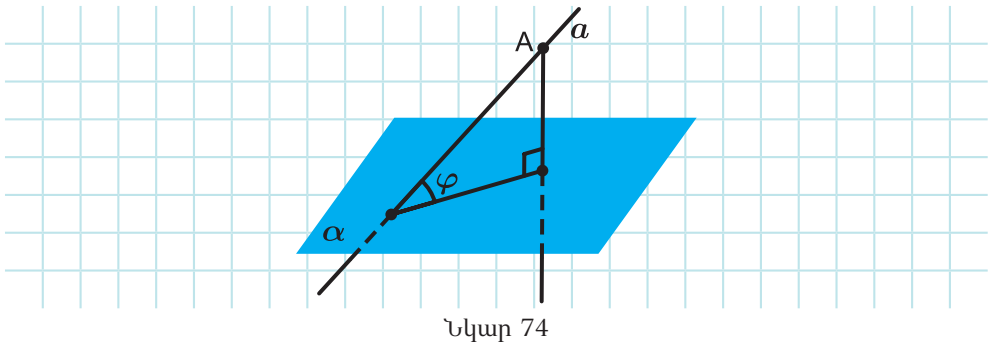


Նկար 73

Հարթությանն ուղղահայաց ուղիղը նույն անկյունն է կազմում այդ հարթության բոլոր ուղիղների հետ՝ բոլորին ուղղահայաց է, բայց թեքը

տարբեր անկյուններ է կազմում հարթության տարբեր ուղիղների հետ:

Մահմանում: Հարթությունը հատող և դրան ոչ ուղղահայաց ուղղի և այդ հարթության կազմած անկյուն կոչվում է ուղղի և հարթության վրա դրա պրոյեկցիայի կազմած անկյունը (նկ. 74):



Նկար 74-ում a ուղիղը α հարթության հետ կազմում է φ անկյուն:



Ինտերակտիվ մոդել

Թեքի և հարթության կազմած անկյունը



Հարցեր և խնդիրներ

114. Հայտնի է, որ a ուղիղն ուղղահայաց է α հարթությանը: Գոյություն ունի՞ α հարթության որևէ ուղիղ, որն ուղղահայաց չէ a ուղղին: Պատասխանը հիմնավորեք:
115. a ուղիղն ուղղահայաց է α հարթությանը, իսկ A կետը պատկանում է այդ հարթությանը: A կետով անցնող քանի՞ ուղիղ գոյություն ունի, որն ուղղահայաց է a ուղղին: Պատասխանը հիմնավորեք:
116. Հարթաչափությունից հայտնի է, որ ուղղից դուրս տրված կետով կարելի է տանել միայն մեկ ուղիղ, որն ուղղահայաց է այդ ուղղին: Ճիշտ է այդ պնդումը տարածաչափությունում: Պատասխանը հիմնավորեք:

- 117.** AB ուղիղն ուղղահայաց է α հարթությանը: Ապացուցեք, որ α հարթության ցանկացած կետ հավասարահեռ է A և B կետերից, եթե AB հատվածի միջնակետը պատկանում է այդ հարթությանը:
- 118.** Կարելի է պնդել, որ շրջանի կենտրոնով անցնող ուղիղն ուղղահայաց է շրջանի հարթությանը, եթե այդ ուղիղն ուղղահայաց է ա) շրջանի տրամագծին, բ) շրջանի երկու տրամագծերին:
- 119.** Կարելի է պնդել, որ ուղիղն ուղղահայաց է սեղանի հարթությանը, եթե այդ ուղիղն ուղղահայաց է ա) սեղանի հիմքերին, բ) սեղանի կողմնային կողմերին: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 120.** AM ուղիղն ուղղահայաց է $ABCD$ քառակուսու հարթությանը: Ապացուցեք, որ BD ուղիղն ուղղահայաց է AMO հարթությանը, որտեղ O -ն քառակուսու անկյունագծերի հատման կետն է:
- 121.** $DABC$ քառանիստի DA կողն ուղղահայաց է AB և AC կողերին: Ապացուցեք, որ DA կողն ուղղահայաց է նաև BC կողին:
- 122.** M կետը պատկանում է ABC հավասարակողմ եռանկյան O կենտրոնով անցնող և եռանկյան հարթությանն ուղղահայաց ուղղին: Ապացուցեք, որ M կետը հավասարահեռ է ա) եռանկյան գագաթներից, բ) եռանկյան կողմերից:
- 123.** Ապացուցեք, որ ուղղանկյան անկյունագծերի հատման կետով անցնող և դրա հարթությանն ուղղահայաց ուղղի կետերը հավասարահեռ են ուղղանկյան գագաթներից:
- 124.** ABC կանոնավոր եռանկյան AB կողմը ընկած է α հարթության մեջ: Կարո՞ղ է α հարթությանն ուղահայաց լինել ա) BC կողմը, բ) CD ուղիղը, որտեղ D -ն AB -միջնակետն է:
- 125.** Կարո՞ղ են հարթությանն ուղղահայաց լինել ա) եռանկյան, բ) սեղանի, գ) կանոնավոր վեցանկյան երկու կողմերը:
- 126.** Ճի՞շտ է պնդումը, որ ուղիղն ուղղահայաց է հարթությանը, եթե այն ուղղահայաց է այդ հարթությանը պատկանող ա) եռանկյան երկու կողմերին, բ) սեղանի երկու կողմերին, գ) շրջանագծի երկու տրամագծերին:
- 127.** Վարպետն ուզում է փայտե ուղղանկյունանիստաձև ձողը կտրել դրա կողին ուղղահայաց հարթությամբ (նկ. 75): Ձողի նիստերին ինչպիսի ամենաքիչ նշումներ պետք է անել, որ երաշխավորվի հատույթի հարթության ուղղահայացությունը ձողի կողին:



Նկար 75

- 128.** Կարող են քառանիստի երկու կողմնային կողերը ուղղահայաց լինել հիմքի հարթությանը: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 129.** Հայտնի է, որ a ուղիղը զուգահեռ է α հարթությանը, իսկ b ուղիղն ուղղահայաց է a ուղղին: Կարելի է պնդել, որ b ուղիղն ուղղահայաց է α հարթությանը: Հարցին պատասխանելու համար դիտարկեք որևէ ուղղանկյունանիստ:
- 130.** Հայտնի է, որ a ուղիղը զուգահեռ է α հարթությանը, իսկ b ուղիղն ուղղահայաց է α հարթությանը: Կարելի է պնդել, որ b ուղիղն ուղղահայաց է a ուղղին: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 131.** Ուղղի և հարթության ուղղահայացության հայտանիշում նշված պայմանը բավարար, թե՞ նաև անհրաժեշտ պայման է:
- 132.** Հայտնի է, որ a և b ուղիղները զուգահեռ են, բացի դրանից՝ a ուղիղն ուղղահայաց է α հարթությանը: Գտեք b ուղղի և α հարթության որևէ ուղղի կազմած անկյունը: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 133.** α հարթությանը չպատկանող A կետից տարված է այդ հարթության նկատմամբ թեք: Գտեք այդ թեքի և α հարթության կազմած անկյունը, եթե A կետի հեռավորությունը α հարթությունից հավասար է ա) թեքի պրոյեկցիային, բ) երկու անգամ փոքր է թեքից:
- 134.** Օգտվելով նրանից, որ ուղղանկյունանիստի բոլոր նիստերը ուղղանկյուններ են՝ ապացուցեք, որ ուղղանկյունանիստի կողմնային կողմն ուղղահայաց է հիմքի հարթությանը:
- 135.** Տեսրում գծեք $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունանիստ: Գծագրի վրա նշեք ուղղանկյունանիստի անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը: Գտեք այդ անկյունը, եթե $B_1 D = 10$ սմ, $BB_1 = 5$ սմ:

136. Տետրոն գծեք $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունանիստ: Գծագրի վրա նշեք $AA_1 B_1 B$ նիստի անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը: Գտեք այդ անկյունը, եթե $AB = BB_1 = 7$ սմ:
137. Օգտվելով նրանից, որ ուղղանկյունանիստի բոլոր նիստերը ուղղանկյուններ են՝ ապացուցեք, որ $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունանիստի $B_1 C_1$ կողն ուղղահայաց է $DD_1 C_1 C$ նիստին:
138. Ապացուցեք, որ $B_1 C_1 D$ եռանկյունն ուղղանկյուն եռանկյուն է, որտեղ B_1, C_1, D կետերը $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունանիստի գագաթներն են:
139. Տետրոն գծեք $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունանիստ: Գծագրի վրա նշեք ուղղանկյունանիստի $B_1 D$ անկյունագծի և $DD_1 C_1 C$ նիստի կազմած անկյունը: Գտեք այդ անկյունը, եթե $B_1 D = 10$ սմ, $C_1 D = 5$ սմ:
140. Տետրոն գծեք $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունանիստ: Գծագրի վրա նշեք հիմքի անկյունագծի և $AA_1 B_1 B$ նիստի կազմած անկյունը: Գտեք այդ անկյունը, եթե $AB = AD$:
141. ABC հավասարասրուն եռանկյան AC հիմքը α հարթության մեջ է, իսկ B գագաթը այդ հարթությունից դուրս է: Գծեք համապատասխան գծագիր և նշեք այդ եռանկյան սրունքի ու α հարթության, այդ եռանկյան BD բարձրության ու α հարթության կազմած անկյունները: Այդ անկյուններից որն է մեծ:
142. $ABCD$ շեղանկյան AB կողմով անցնող հարթության և CD կողմի հեռավորությունը 8 սմ է: Գտեք շեղանկյան անկյունագծերի պրոյեկցիաներն այդ հարթության վրա, եթե շեղանկյան անկյունագծերը 16 սմ և 10 սմ են:
143. α հարթությանը չպատկանող A կետով այդ հարթությանը տարված են AO ուղղահայացը և երկու հավասար թեքեր՝ AB -ն ու AC -ն: Հայտնի է, որ $\angle OAB = \angle BAC = 60^\circ$, $AO = 1,5$ սմ: Գտեք թեքերի հիմքերի հեռավորությունը:
144. A կետից տարված երկու թեքերը α հարթության հետ կազմում են 45° անկյուն: Գտեք այդ թեքերի հիմքերի հեռավորությունը, եթե դրանք փոխուղղահայաց են, իսկ A կետի հեռավորությունը α հարթությունից 15 սմ է:
145. $ABCD$ զուգահեռագծի բոլոր գագաթները α հարթության մի կողմում են: Զուգահեռագծի գագաթների հեռավորությունները հար-

թությունից համապատասխանաբար a, b, c, d են: Ապացուցեք, որ $a + c = b + d$:

- 146.** ABC հավասարասրուն եռանկյան BC հիմքը 6 սմ է, իսկ սրունքը՝ 5 սմ: AD ուղիղն ուղղահայաց է այդ եռանկյան հարթությանը, ընդ որում՝ $AD = 12$ սմ: Գտեք AD հատվածի ծայրակետերի հեռավորությունները BC ուղղից:
- 147.** M կետը պատկանում է ABCD քառակուսու B գագաթով անցնող և քառակուսու հարթությանն ուղղահայաց ուղղին: ա) Ապացուցեք, որ CD ուղիղն ուղղահայաց է MBC հարթությանը: բ) Գտեք M կետի հեռավորությունը քառակուսու BC և CD կողմերից, եթե $AB = 15$ դմ, $MB = 8$ դմ:
- 148.** α հարթությունը հատող և 10 սմ երկարությամբ հատվածի ծայրակետերի հեռավորությունները այդ հարթությունից 2 սմ և 3 սմ են: Գտեք այդ հատվածի և α հարթության կազմած անկյունը:

Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Ծանոթացաք տարածաչափության հիմնական հասակացությունների, տարածաչափության որոշ աքսիոմների ու դրանց հետևանքների հետ: Կիրառեցիք դրանք խնդիրներ լուծելիս:
- Վերհիշեցիք զուգահեռ ուղիղների՝ հարթաչափությունից հայտնի հայտանիշներն ու հատկությունները: Ամրապնդեցիք դրանք խնդիրներ լուծելիս կիրառելու հմտությունները:
- Իմացաք ուղիղների, ուղղի և հարթության, հարթությունների զուգահեռության, խաչվող ուղիղների, հարթությանն ուղղահայաց ուղղի, ուղիղների կազմած անկյան, քառանիստի սահմանումները:
- Սովորեցիք խաչվող ուղիղների, ուղղի և հարթության, երկու հարթությունների զուգահեռության, ուղղի և հարթության ուղղահայացության հայտանիշները: Կիրառեցիք այդ հայտանիշները խնդիրներ լուծելիս:



ԲԱԶՄԱՆԿՅՈՒՆ, ԲԱԶՄԱՆԻՍ

Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Կծանոթանաք բազմանիստ, զուգահեռանիստ, ուղղանկյունանիստ, բուրգ հասակացությունների հետ:
- Կվերիիշեք եռանկյան տարրերի, տեսակների մասին գիտելիքները: Կամրապնդեք դրանք խնդիրներ լուծելիս կիրառելու հմտությունները:
- Կվերիիշեք քառանկյան տեսակների, հատկությունների ու հայտանիշների մասին գիտելիքները: Կամրապնդեք դրանք խնդիրներ լուծելիս կիրառելու հմտությունները:
- Կիմանաք էլլերի բանաձևը, զուգահեռանիստի, ուղղանկյունանիստի հատկությունները, կկիրառեք դրանք խնդիրներ լուծելիս:
- Կիմանաք բուրգի տեսակները, կլուծեք բուրգի, կանոնավոր բուրգի վերաբերյալ խնդիրներ:

§6. Եռանկյուն

□ 15. Եռանկյան միջնագծերը, կիսորդները, բարձրությունները

Բազմանիստ դիտարկելուց առաջ թարմացնենք եռանկյան և քառանկյան մասին գիտելիքներն ու ամրապնդենք խնդիրներ լուծելիս դրանք կիրառելու հմտությունները:

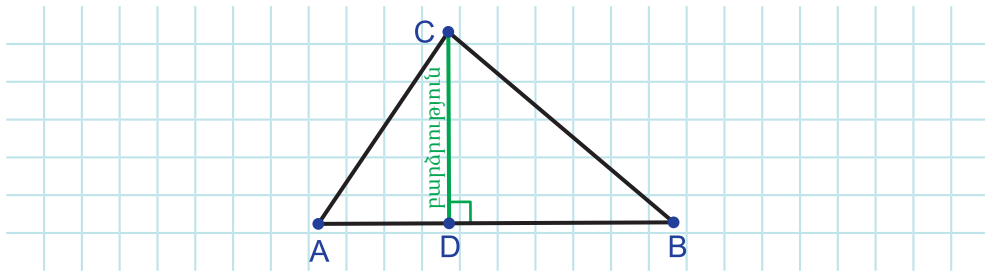
Կսկսենք եռանկյան տեսակներից ու դրանց հատկություններից, բայց նախ վերիիշեք եռանկյան միջնագծի, կիսորդի ու բարձրության սահմանումները:

Պարզ է, որ ամեն մի եռանկյուն ունի երեք միջնագլիծ (նկ. 76 բ):
Եռանկյան միջնագծերը հատվում են մի կետում:



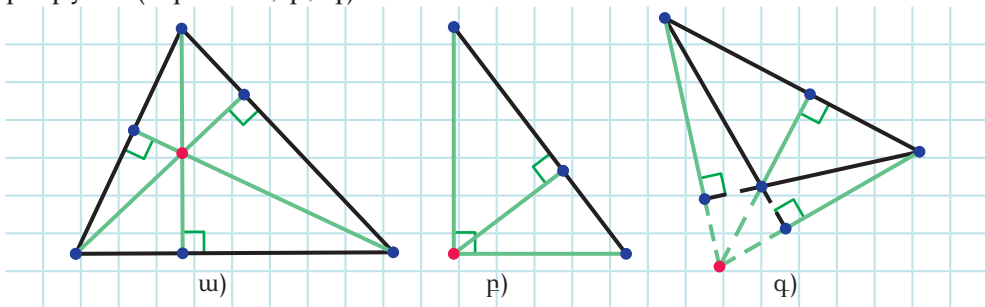
Նկար 77

Սահմանում: Եռանկյան գագաթից դրա դիմացի կողմը պարունակող ուղղին տարված ուղղահայացը կոչվում է եռանկյան բարձրություն (նկ. 78):



Նկար 78

Քանի որ ուղղի վրա չգտնվող կետով այդ ուղղին կարելի է տանել միայն մեկ ուղղահայաց, ապա ամեն մի եռանկյուն ունի երեք բարձրություն (նկ. 79 ա, բ, գ):



Նկար 79

Եռանկյան բարձրությունները կամ դրանց շարունակությունները հատվում են մի կետում:

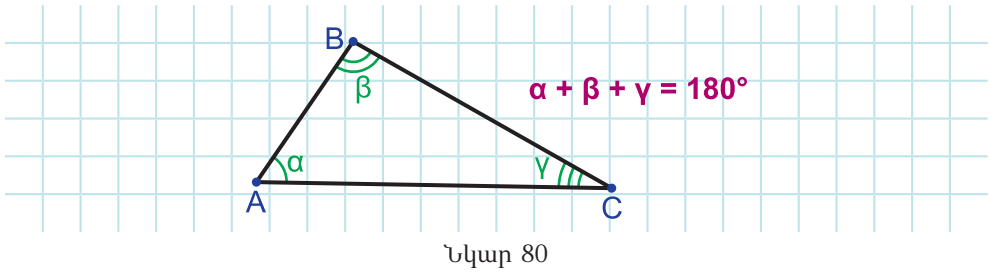


Ինտերակտիվ մոդել
Եռանկյան բարձրությունները

□ 16. Եռանկյան անկյունների գումարը

Եռանկյան, դրա տարրերի հետ կապված օրինաչափությունների վերհիշումը սկսենք եռանկյան անկյունների գումարի մասին թեորեմից:

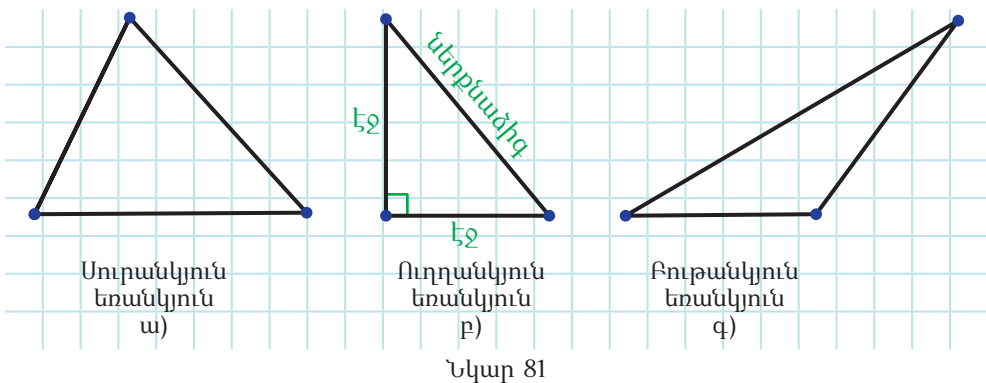
Թեորեմ: Եռանկյան անկյունների գումարը 180° է (նկ. 80):



Այս թեորեմից հետևում է, որ եռանկյան անկյուններից միայն և միայն մեկը կարող է լինել բութ կամ ուղիղ:

Սա հնարավորություն է տալիս եռանկյունները, անկյունների մեծություններից կախված, բաժանել երեք տեսակի՝ **սուրանկյուն**, **ուղղանկյուն** և **բութանկյուն** եռանկյունների:

Մահմանում: Եռանկյունը, որի բոլոր անկյունները սուր են կոչվում է **սուրանկյուն եռանկյուն** (նկ. 81 ա):

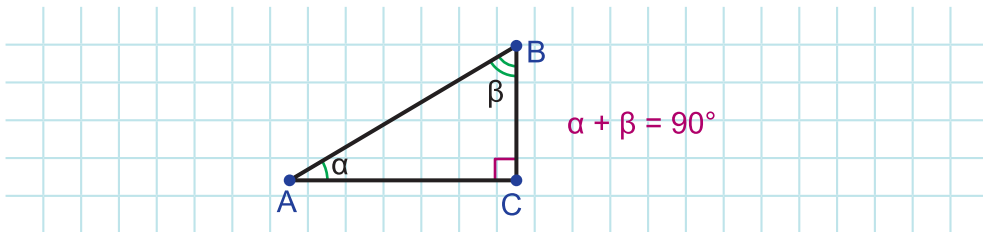


Մահմանում: Եռանկյունը, որի անկյուններից մեկն ուղիղ է, կոչվում է **ուղղանկյուն եռանկյուն** (նկ. 81 բ): Ուղղանկյուն եռանկյան ուղիղ անկյան դիմացի կողմը կոչվում է **ներքնաձիգ**, իսկ մյուս երկու կողմերը՝ **էջեր**:

Մահմանում: Եռանկյունը, որի անկյուններից մեկը բութ է, կոչվում է **բութանկյուն եռանկյուն** (նկ. 81 գ):

Եռանկյան անկյունների գումարի մասին թեորեմից հետևում է, որ.

Թեորեմ: Ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյունների գումարը 90° է (նկ. 82):



Նկար 82

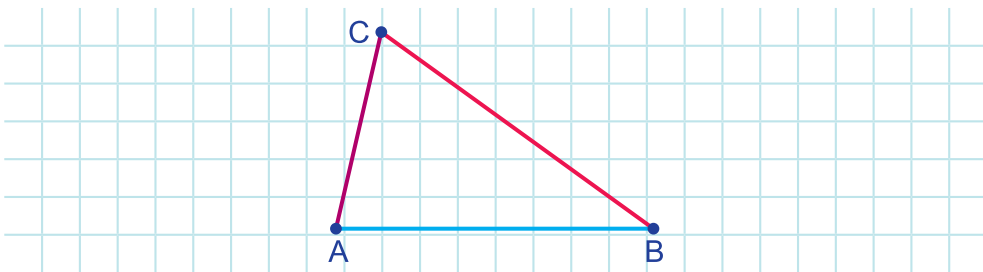


Ինտերակտիվ մոդել
Եռանկյան անկյունների գումարը

□ 17. Հավասարասրուն, հավասարակողմ եռանկյուններ

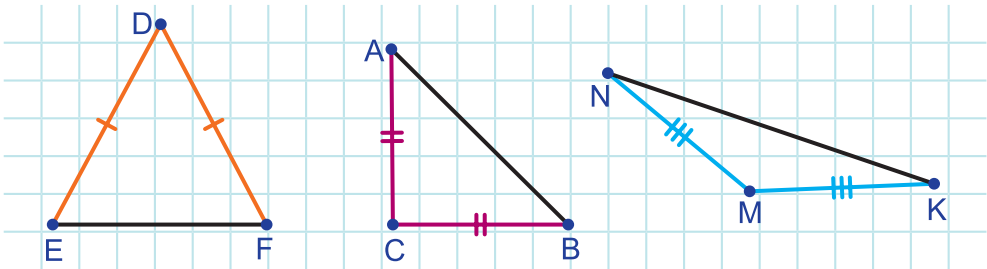
Նախորդ կետում եռանկյունները դասակարգվեցին ըստ անկյունների: Եռանկյունները դասակարգում են նաև ըստ կողմերի:

Մահմանում: Եռանկյունը, որի կողմերի երկարությունները տարբեր են, կոչվում է տարակողմ եռանկյուն (նկ. 83):



Նկար 83

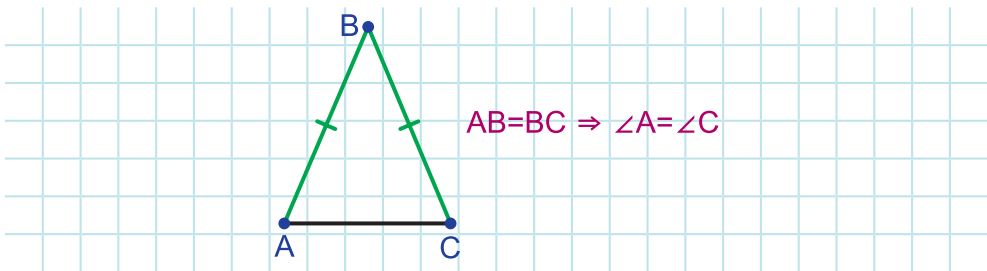
Մահմանում: Եռանկյունը, որի երկու կողմերը հավասար են, կոչվում է հավասարասրուն եռանկյուն: Հավասար կողմերը կոչվում են սրունքներ, իսկ երրորդ կողմը՝ հիմք (նկ. 84):



Նկար 84

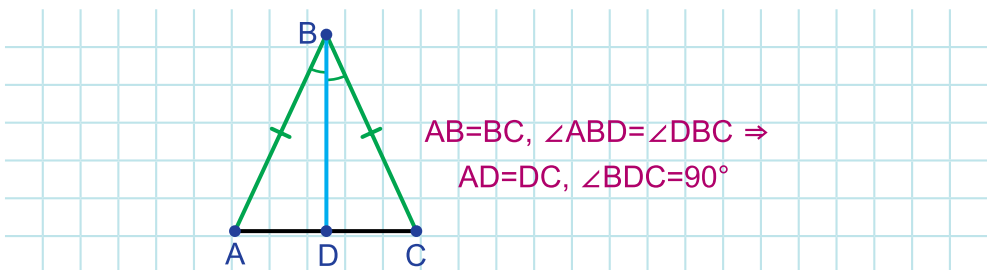
Վերհիշենք հավասարասրուն եռանկյան երկու հատկությունը և հայտանիշը:

Թեորեմ: Հավասարասրուն եռանկյան հիմքին առընթեր անկյունները հավասար են (նկ. 85):



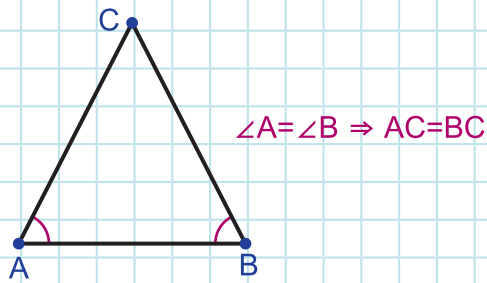
Նկար 85

Թեորեմ: Հավասարասրուն եռանկյան հիմքին տարված կիսորդը նաև միջնագիծ է ու բարձրություն (նկ. 86):



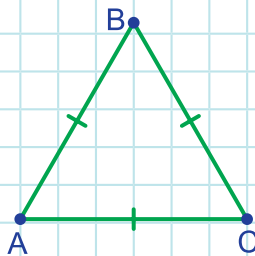
Նկար 86

Թեորեմ: (Հավասարասրուն եռանկյան հայտանիշ) Եթե եռանկյան երկու անկյունները հավասար են, ապա այն հավասարասրուն եռանկյուն է (նկ. 87):



Նկար 87

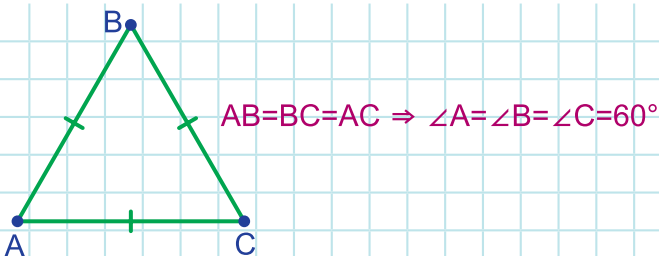
Սահմանում: Եռանկյունը, որի բոլոր կողմերը հավասար են, կոչվում է հավասարակողմ եռանկյուն (նկ. 88):



Նկար 88

Նկատենք, որ հավասարակողմ եռանկյունը հավասարասրուն եռանկյուն է, և դրա կողմերից յուրաքանչյուրը կարող է դիտարկվել որպես հիմք: Հետևաբար, այն ունի հավասարասրուն եռանկյան վերևում ներկայացված հատկությունները: Բացի դրանից.

Թեորեմ: Հավասարակողմ եռանկյան անկյունները 60° են (նկ. 89):



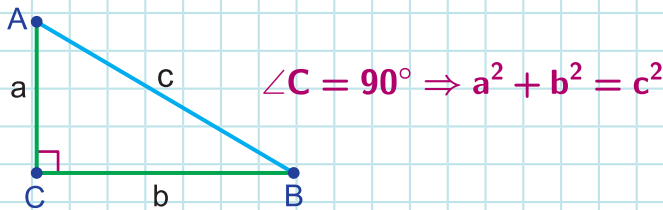
Նկար 89

□ 18. Պյութագորասի թեորեմը



Վերհիշենք երկրաչափության կարևորագույն ու հանրահայտ թեորեմներից մեկը:

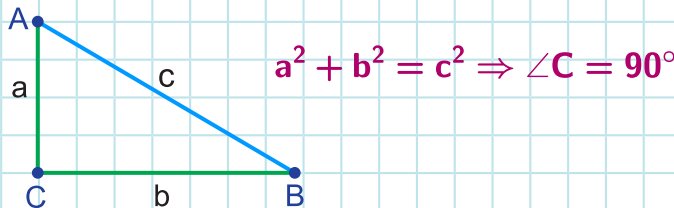
Թեորեմ: (Պյութագորասի թեորեմ) Ուղղանկյուն եռանկյան ներքնաձիգի քառակուսին հավասար է էջերի քառակուսիների գումարին (նկ. 90):



Նկար 90

Ինչպես հիշում եք, ձիշտ է նաև Պյութագորասի թեորեմի հակադարձ պնդումը.

Թեորեմ: (Պյութագորասի թեորեմին հակադարձ թեորեմ) Եթե եռանկյան մի կողմի քառակուսին հավասար է մյուս երկու կողմերի քառակուսիների գումարին, ապա այդ եռանկյունը ուղղանկյուն եռանկյուն է (նկ. 91):



Նկար 91



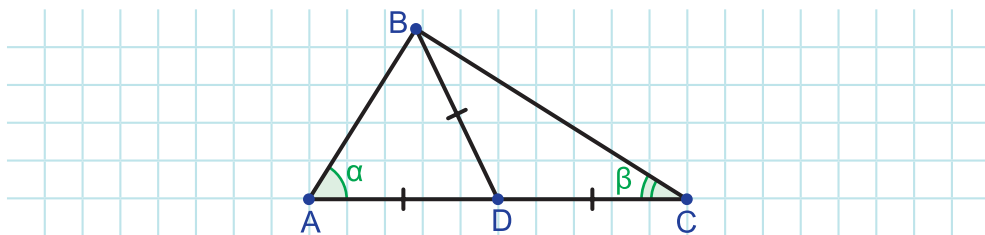
Ինտերակտիվ մոդել
Պյութագորասի թեորեմը



Հարցեր և խնդիրներ

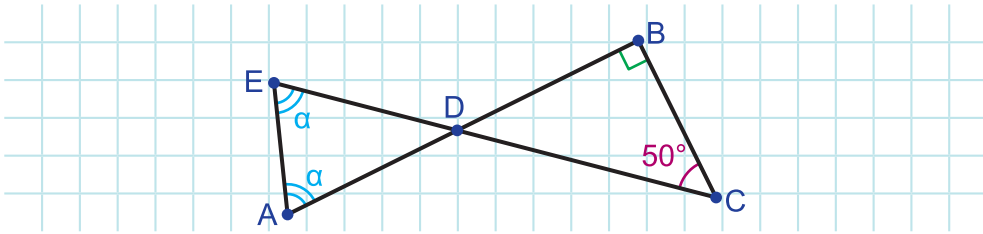
149. ABC եռանկյունում $AB = 7$ սմ, $BC = 6$ սմ, $AC = 10$ սմ: Տարված են այդ եռանկյան AD , BE և CF միջնագծերը: Գտեք AF , BD և CE հատվածների երկարությունները:
150. ABC եռանկյան BC կողմի վրա վերցրած է K կետն այնպես, որ $BK = 5$ դմ: Տարված է AD միջնագիծը: Գտեք BC -ն, եթե $KD = 2$ դմ: Դիտարկեք բոլոր հնարավոր դեպքերը:
151. ABC եռանկյունում $\angle A = 66^\circ$, $\angle B = 42^\circ$, $\angle C = 72^\circ$: Տարված են AM , BN և CK կիսորդները: Գտեք BAM , BCK և NBC անկյունները:
152. ABC եռանկյունում $\angle A = 80^\circ$: Տարված է ABC եռանկյան AM կիսորդը և ABM եռանկյան AK կիսորդը: Գտեք BAK և KAC անկյունները:
153. BD -ն ABC եռանկյան միջնագիծն է: ABD եռանկյան պարագիծը 20 սմ է, իսկ BDC եռանկյան պարագիծը՝ 26 սմ: Գտեք BC և AB կողմերի տարբերությունը:
154. ABC եռանկյունում $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 69^\circ$: Գտեք $\angle C$ -ն:
155. Գտեք ABC եռանկյան անկյունները, եթե $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 3 : 5$:
156. Գտեք ABC եռանկյան անկյունները, եթե $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$:
157. ABC եռանկյունում $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, AK -ն կիսորդ է: Գտեք AKB անկյունը:
158. ABC եռանկյունում $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = 75^\circ$: Ինչպիսի՞ն է ABC եռանկյունը:
159. Հայտնի է, որ ABC սուրանկյուն եռանկյան A անկյունը 20° է: Կարո՞ղ է B անկյունը փոքր լինել 70° -ից:
160. ABC եռանկյունում $\angle A = 25^\circ$, $\angle B = 47^\circ$: Ինչպիսի՞ն է ABC եռանկյունը:
161. Հայտնի է, որ ABC բութանկյուն եռանկյան C անկյունը 36° է: Կարո՞ղ է A անկյունը մեծ լինել 54° -ից:
162. ABC եռանկյունում $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = 70^\circ$: Որո՞նք են ABC եռանկյան էջերը, ո՞րն է ներքնաձիգը:
163. Ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյուններից մեկը 21° է: Գտեք մյուս սուր անկյունը:

164. Ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյուններից մեկը չորս անգամ մեծ է մյուսից: Գտեք այդ անկյունները:
165. Ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյունները հարաբերում են ինչպես 2:7: Գտեք այդ անկյունները:
166. Հավասարասրուն եռանկյան սրունքը 10 սմ է, իսկ հիմքը՝ 17 սմ: Գտեք այդ եռանկյան պարագիծը:
167. Հավասարասրուն եռանկյան հիմքը 4 սմ-ով մեծ է սրունքից, իսկ պարագիծը 37 սմ է: Գտեք եռանկյան կողմերը:
168. Հավասարասրուն եռանկյան հիմքի դիմացի անկյունը 120° է: Գտեք հիմքին առնչվող անկյունները:
169. AC հիմքով ABC հավասարասրուն եռանկյան BK բարձրությունը 11,7 սմ է: Ինչի է հավասար եռանկյան B գագաթից տարված կիսորդը: Հնարավոր է պատասխանել նույն հարցին, եթե եռանկյան հիմքը AB-ն է:
170. Հավասարասրուն եռանկյան հիմքին տարված են միջնագիծ և կիսորդ: Ինչի է հավասար դրանց երկարությունների հարաբերությունը: Հնարավոր է պատասխանել այդ հարցին, եթե միջնագիծն ու կիսորդը տարված են սրունքին:
171. BK-ն AC հիմքով հավասարասրուն եռանկյան բարձրությունն է, ընդ որում՝ $AK = 5,6$ սմ: Գտեք AC-ն:
172. BD-ն AC հիմքով հավասարասրուն եռանկյան միջնագիծն է, ընդ որում՝ $\angle ABD = 26^\circ$: Գտեք $\angle B$ -ն:
173. ABC եռանկյունում $\angle A = \angle C$, $AB = 10$ սմ, $AC = 7$ սմ: Գտեք այդ եռանկյան պարագիծը:
174. ABC եռանկյան BD միջնագիծը հավասար է AC կողմի կեսին (նկ. 92): Գտեք $\alpha + \beta$ -ն:



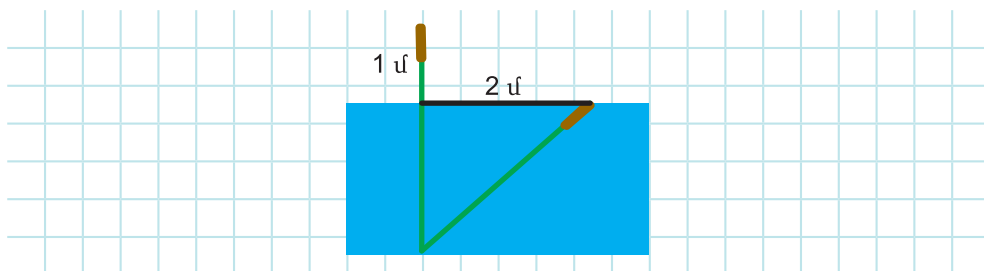
Նկար 92

175. Ըստ նկար 93-ի տվյալների գտեք α -ն:



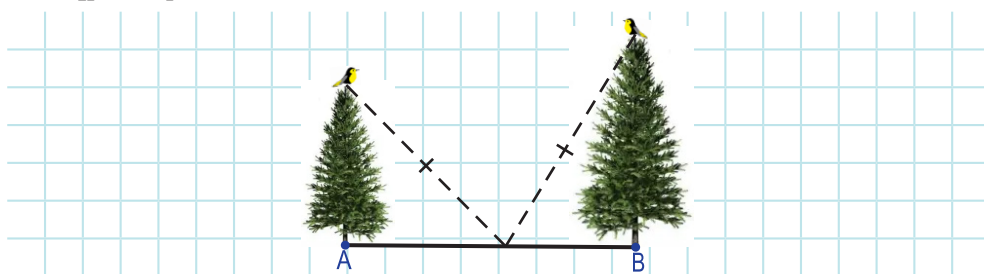
Նկար 93

176. Հավասարասրուն եռանկյան անկյուններից մեկը 60° է: Գտեք եռանկյան մյուս անկյունները:
177. ABC եռանկյունում $\angle A = \angle C = 60^\circ$, $AC = 12$ սմ: Գտեք այդ եռանկյան պարագիծը:
178. Տղան և աղջիկը, բաժանվելով խաչմերուկում, գնացին փոխուղղահայաց ճանապարհներով: Տղան շարժվում էր 4 կմ/ժ, իսկ աղջիկը՝ 3 կմ/ժ արագությամբ: Ինչ հեռավորության վրա էին նրանք 1 ժամ անց:
179. Երկու նավ, դուրս գալով նավահանգստից, շարժվեցին՝ մեկը դեպի հյուսիս, մյուսը՝ արևմուտք: Առաջինի արագությունը 15 կմ/ժ էր, երկրորդինը՝ 20 կմ/ժ: Ինչ հեռավորության վրա էին նավերը 2 ժ անց:
180. Ինչքան պետք է հեռացնել տան պատից 13 մ երկարությամբ սանդուղքի ստորին ծայրը, որպեսզի դրա վերևի ծայրը լինի 12 մ բարձրության վրա:
181. Իրարից 8 մ հեռավորության վրա աճած բարդիներից մեկի բարձրությունը 5 մ է, մյուսինը՝ 11 մ: Գտեք դրանց կատարների հեռավորությունը:
182. Ինչպիսին է եռանկյունը, եթե դրա կողմերը 6 սմ, 8 սմ և 10 սմ են:
183. Ինչպիսին է եռանկյունը, եթե դրա կողմերը 12 դմ, 5 դմ և 13 դմ են:
184. Եղեգի՝ ջրից դուրս մասի երկարությունը 1 մ է: Եղեգի ծայրը ուղղահայաց դիրքից թեքեցին 2 մ և այն հայտնվեց ջրի մակերևույթին (նկ. 94): Գտեք լճի խորությունը եղեգն աճելու տեղում:



Նկար 94

185.4 մ և 6 մ բարձրությամբ եղնիների ծայրերին նստած են երկու ձնձղուկ (նկ. 95): A-ից ի՞նչ հեռավորության վրա պետք է տեղադրել կերը, որ այն լինի ձնձղուկներից նույն հեռավորության վրա, եթե $AB = 10$ մ:



Նկար 95

§7. Քառանկյուն

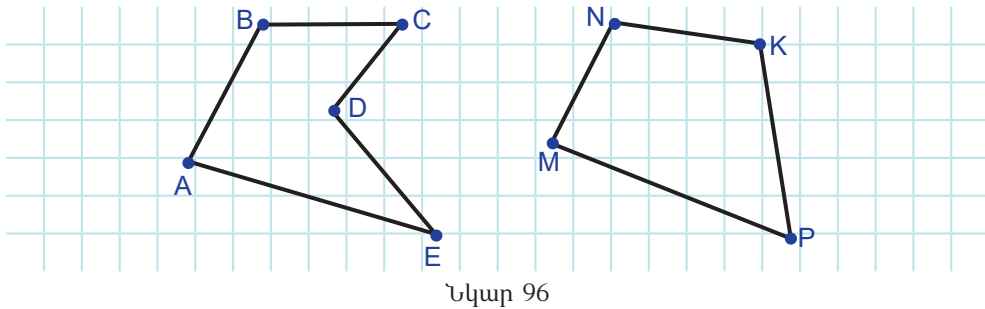
□ 19. Բազմանկյուն

Սահմանում: Պարզ փակ բեկյալով ու դրանով սահմանափակված հարթության մասով կազմված երկրաչափական պատկերը կոչվում է բազմանկյուն:

Հիշենք, որ փակ է այն բեկյալը, որի ծայրակետերը համընկնում են, իսկ պարզ բեկյալն այն բեկյալն է, որի ոչ հարևան օղակներն ընդհանուր կետ չունեն:

Բեկյալի գագաթները կոչվում են **բազմանկյան գագաթներ**, իսկ բեկյալի օղակները կոչվում են **բազմանկյան կողմեր**:

Նկար 96-ում պատկերված են ABCD և MNKP բազմանկյունները:



Նկար 96

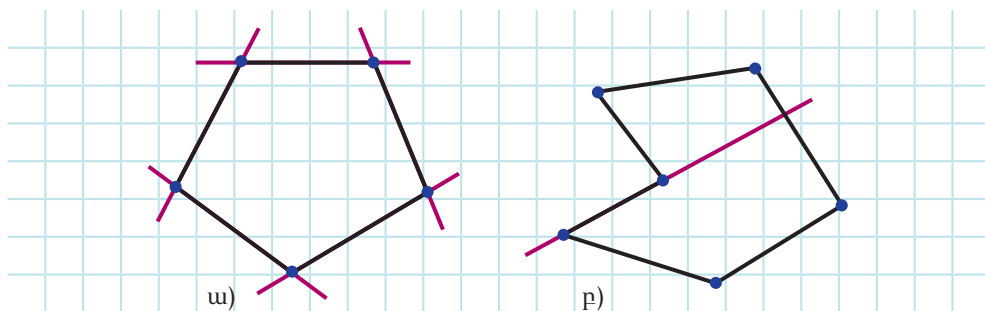
n գագաթ ունեցող բազմանկյունը կոչվում է n -անկյուն:

Բազմանկյան մի կողմին պատկանող երկու գագաթները կոչվում են **հարևան գագաթներ**: Ոչ հարևան երկու գագաթները միացնող հատվածը կոչվում է **բազմանկյան անկյունագիծ**:

Բազմանկյան բոլոր կողմերի երկարությունների գումարը կոչվում է **բազմանկյան պարագիծ**:

Մահմանում: Բազմանկյունը, որն ընկած է իր ցանկացած երկու հարևան գագաթներով անցնող ուղղի մի կողմում, կոչվում է ուռուցիկ բազմանկյուն:

Նկար 97 ա)-ի բազմանկյունը ուռուցիկ է, իսկ 97 բ)-ի բազմանկյունը՝ ոչ ուռուցիկ:



Նկար 97

Թեորեմ: Ուռուցիկ n -անկյան անկյունների գումարը $(n - 2) \cdot 180^\circ$ է:

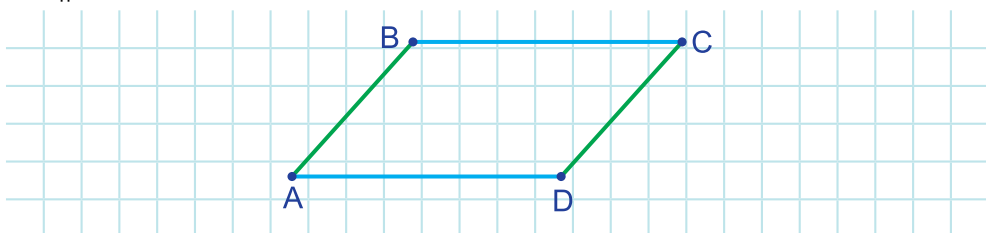
Թեորեմից հետևում է, որ ուռուցիկ քառանկյան անկյունների գումարը 360° է:

□ 20. Զուգահեռագիծ

Ուռուցիկ քառանկյան տեսակների և դրանց հատկությունների կրկնությունը սկսենք զուգահեռագծից:

Սահմանում: Քառանկյունը, որի հանդիպակաց կողմերը զույգ առ զույգ զուգահեռ են, կոչվում է զուգահեռագիծ:

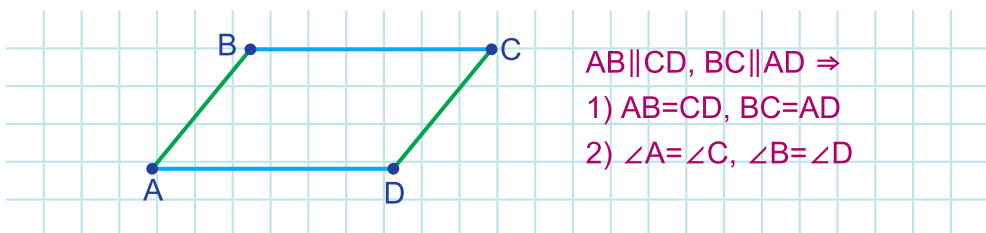
Նկար 98-ում պատկերված է ABCD զուգահեռագիծը. $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$:



Նկար 98

Վերհիշենք զուգահեռագծի հատկությունները:

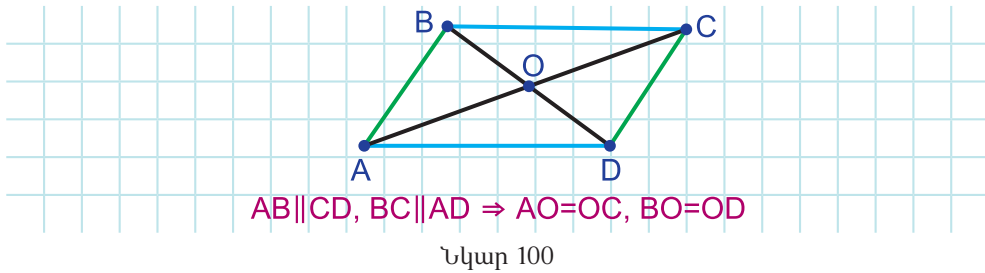
Թեորեմ: Զուգահեռագծի հանդիպակաց կողմերը հավասար են: Զուգահեռագծի հանդիպակաց անկյունները հավասար են (նկ. 99):



$AB \parallel CD, BC \parallel AD \Rightarrow$
 1) $AB = CD, BC = AD$
 2) $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

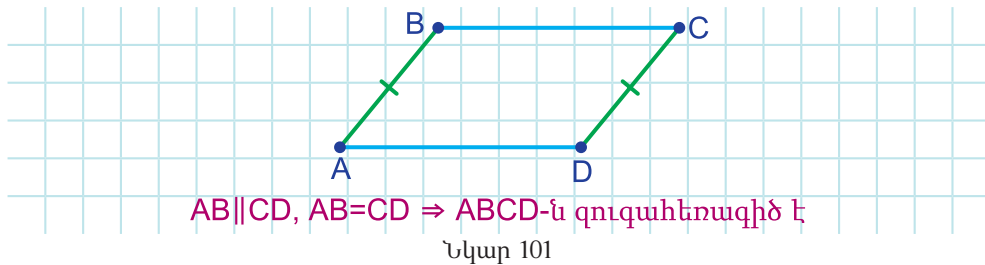
Նկար 99

Թեորեմ: Զուգահեռագծի անկյունագծերը հատվում և հատման կետով կիսվում են (նկ. 100):

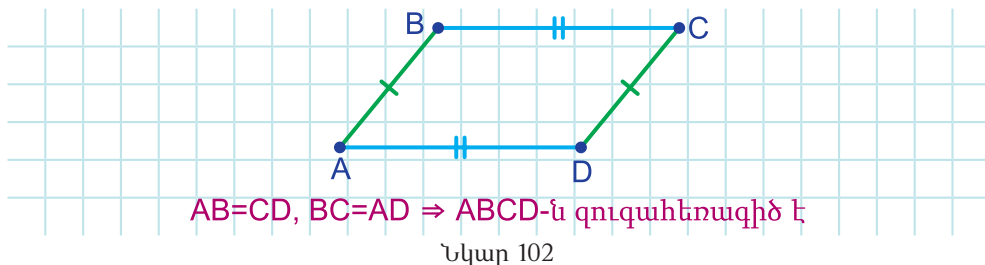


Անցնենք զուգահեռագծի հայտանիշների:

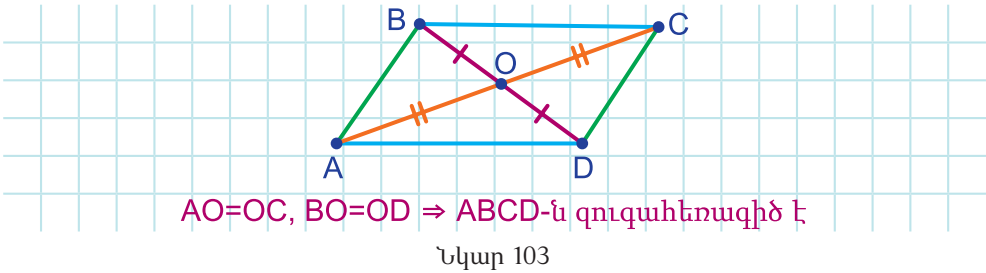
Թեորեմ: Եթե քառանկյան երկու կողմերը զուգահեռ և հավասար են, ապա այդ քառանկյունը զուգահեռագիծ է (նկ. 101):



Թեորեմ: Եթե քառանկյան հանդիպակաց կողմերը զույգ առ զույգ հավասար են, ապա այդ քառանկյունը զուգահեռագիծ է (նկ. 102):



Թեորեմ: Եթե քառանկյան անկյունագծերը հատվում են և հատման կետով կիսվում, ապա այդ քառանկյունը զուգահեռագիծ է (նկ. 103):



Ինտերակտիվ մոդել
 Զուգահեռագծի հայտանիշ



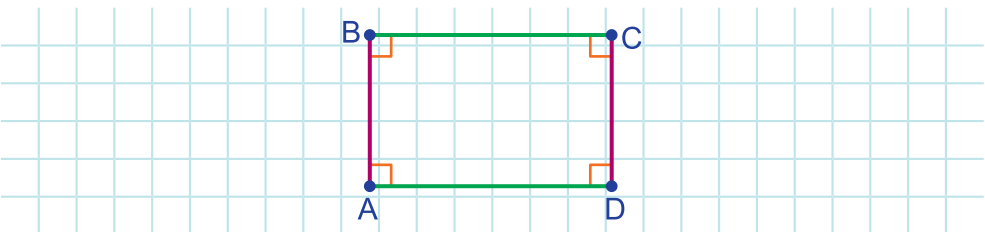
Ինտերակտիվ մոդել
 Զուգահեռագծի հայտանիշ

□ 21. Ուղղանկյուն, շեղանկյուն

Վերիիշենք զուգահեռագծի երկու տեսակի՝ ուղղանկյան ու շեղանկյան սահմանումներն ու հատկությունները:

Սահմանում: Զուգահեռագիծը, որի բոլոր անկյուններն ուղիղ են, կոչվում է ուղղանկյուն:

Նկար 104-ում պատկերված է $ABCD$ ուղղանկյունը: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$:



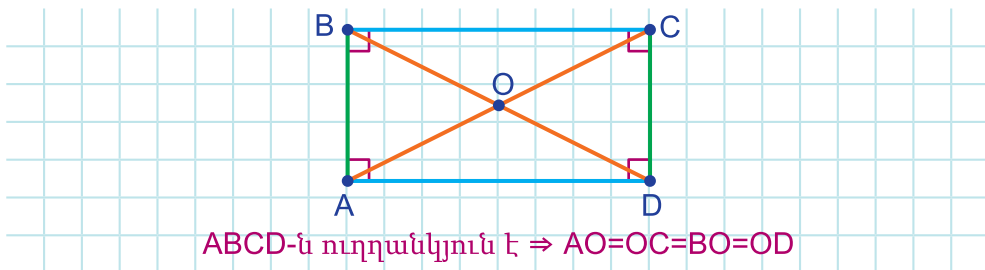
Նկար 104

Ուղղանկյան սահմանումից հետևում է, որ ուղղանկյունն առանձնահատուկ զուգահեռագիծ է: Ուրեմն, ուղղանկյունն ունի զուգահեռագծի բոլոր հատկությունները: Հետևաբար, **ուղղանկյան հանդի-**

պակաց կողմերը հավասար են, իսկ անկյունագծերը հատվում են և հատման կետով կիսվում:

Իսկ ի՞նչ հատկություն ունի ուղղանկյունը, որը չունի կամայական զուգահեռագիծ:

Թեորեմ: Ուղղանկյան անկյունագծերը հավասար են (նկ. 105):

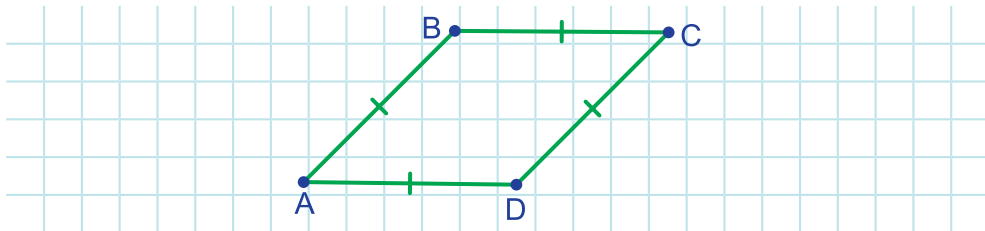


Նկար 105

Քանի որ ուղղանկյունը զուգահեռագծի տեսակ է, ապա դրա հավասար անկյունագծերը նույնպես հատման կետով կիսվում են: Հետևաբար, ուղղանկյան անկյունագծերի հատման կետը հավասարա-հեռ է դրա գագաթներից (նկ. 105):

Սահմանում: Զուգահեռագիծը, որի բոլոր կողմերը հավասար են, կոչվում է շեղանկյուն:

Նկար 106-ում պատկերված է ABCD շեղանկյունը. $AB = BC = CD = AD$:



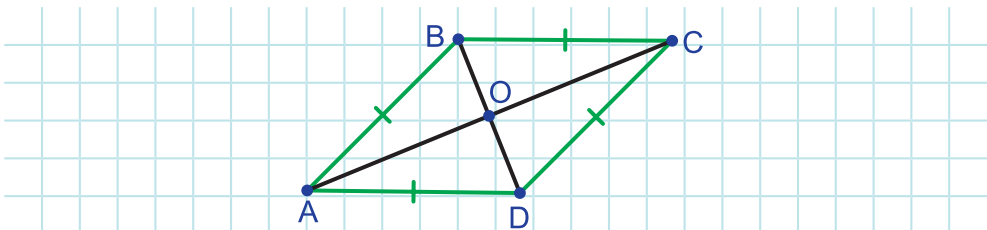
Նկար 106

Սահմանումից հետևում է, որ շեղանկյունն առանձնահատուկ զուգահեռագիծ է: Ուրեմն, շեղանկյունն ունի զուգահեռագծի բոլոր հատկությունները: Հետևաբար, **շեղանկյան հանդիպակաց անկյունները**

հավասար են, անկյունագծերը հատվում են և հատման կետով կիսվում:

Իսկ ի՞նչ հատկություն ունի շեղանկյունը, որը չունի կամայական զուգահեռագիծ:

Թեորեմ: Շեղանկյան անկյունագծերը փոխուղղահայաց են և կիսում են շեղանկյան անկյունները (նկ. 107):



$BD \perp AC$, $\angle BAO = \angle OAD = \angle BCO = \angle OCD$, $\angle ABO = \angle OBC = \angle CDO = \angle ODA$

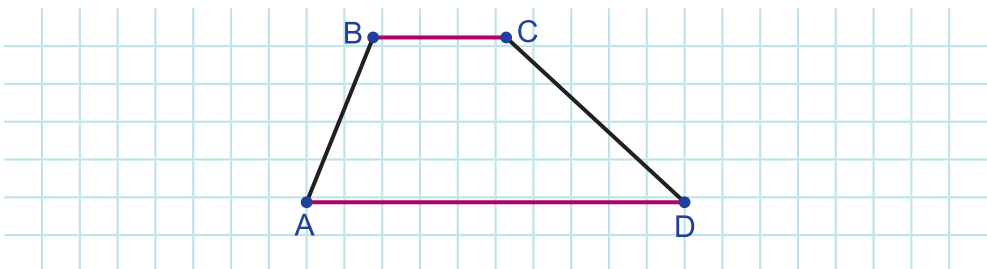
Նկար 107

□ 22. Սեղան

Զուգահեռագծից ու դրա տեսակներից բացի, ինչպես հիշում եք, հարթաչափությունում դիտարկվում է քառանկյան մի տեսակ ևս՝ սեղանը:

Մահմանում: Քառանկյունը, որի երկու կողմերը զուգահեռ են, իսկ մյուս երկու կողմերը զուգահեռ չեն, կոչվում է սեղան:

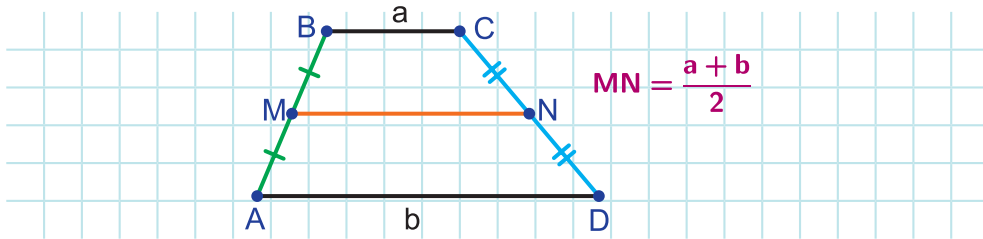
Սեղանի զուգահեռ կողմերը կոչվում են սեղանի հիմքեր, իսկ մյուս երկու կողմերը՝ կողմնային կողմեր (նկ. 108):



Նկար 108

Մահմանում: Սեղանի կողմնային կողմերի միջնակետերը միացնող հատվածը կոչվում է սեղանի միջին գիծ:

Թեորեմ: Սեղանի միջին գիծը զուգահեռ է հիմքերին և հավասար է դրանց կիսագումարին (նկ. 109):

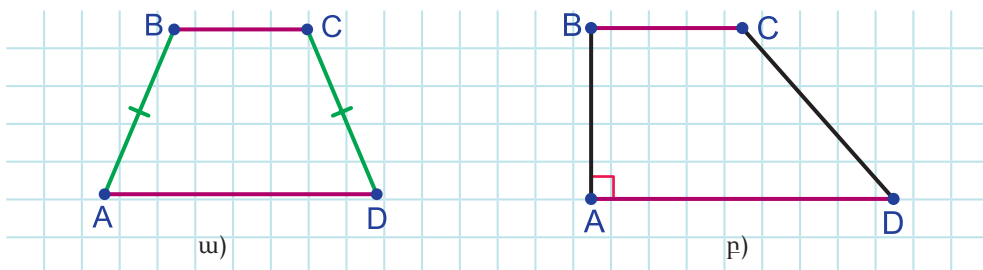


Նկար 109

Հավանաբար հիշում եք, որ սեղանները լինում են երկու տեսակի՝ հավասարասրուն և ուղղանկյուն:

Մահմանում: Հավասար կողմնային կողմերով սեղանը կոչվում է հավասարասրուն սեղան, իսկ հավասար կողմնային կողմերը՝ սրունքներ (նկ. 110 ա):

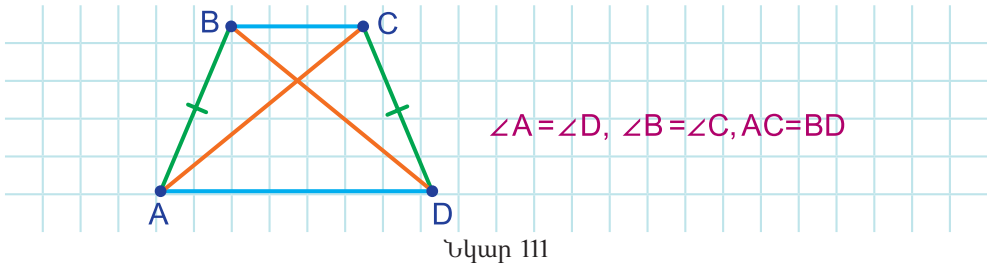
Մահմանում: Ուղիղ անկյուն ունեցող սեղանը կոչվում է ուղղանկյուն սեղան (նկ. 110 բ):



Նկար 110

Վերհիշենք նաև հավասարասրուն սեղանի հատկությունները:

Թեորեմ: Հավասարասրուն սեղանի յուրաքանչյուր հիմքին առնթեր անկյունները հավասար են, անկյունագծերը հավասար են (նկ. 111):



Ինտերակտիվ մոդել
Սեղանի միջին գծի հատկությունը

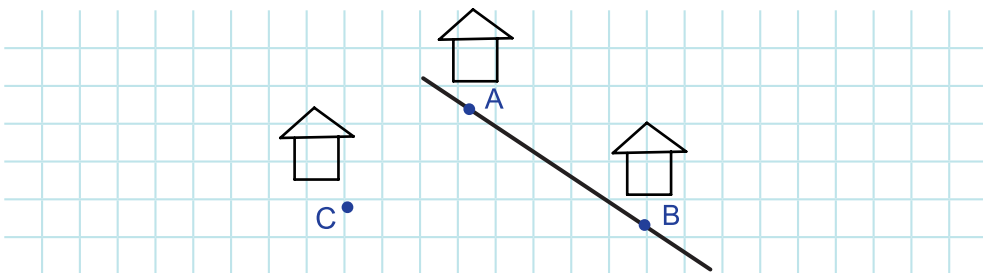


Հարցեր և խնդիրներ

186. Քառանկյան կողմերը հարաբերում են ինչպես 3:4:5:7: Գտեք քառանկյան կողմերը, եթե դրա պարագիծը 380 սմ է:
187. Վեցանկյան կողմերը հարաբերում են ինչպես 2:3:4:5:7:8: Գտեք վեցանկյան պարագիծը, եթե դրա ամենամեծ կողմը 16 սմ է:
188. Գտեք ուռուցիկ հնգանկյան անկյունները, եթե դրանք համեմատական են 5, 5, 5, 6, 6 թվերին:
189. Ուռուցիկ քառանկյան երկու անկյունների գումարը 180° է: Ինչքան է մյուս երկու անկյունների գումարը:
190. ABCD ուռուցիկ քառանկյունում $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, իսկ C անկյունը 30° -ով մեծ է D անկյունից: Գտեք $\angle C$ -ն և $\angle D$ -ն:
191. ABCD քառանկյան AB և CD կողմերը զուգահեռ են, զուգահեռ են նաև BC և AD կողմերը: Ինչպիսի՞ն է այդ քառանկյունը:
192. Տրված է զուգահեռագիծ: Ամենաքիչը քանի՞ չափում է անհրաժեշտ դրա պարագիծը գտնելու համար: Պատասխանը հիմնավորեք:
193. Գտեք ABCD զուգահեռագծի պարագիծը, եթե $AB = 6$ սմ, $BC = 10$ սմ:
194. ABCD զուգահեռագծի պարագիծը 46 սմ է, AB կողմը 3 սմ-ով

մեծ է BC կողմից: Գտեք զուգահեռագծի կողմերը:

- 195.** $ABCD$ զուգահեռագծի A անկյունը 40° է: Գտեք C և D անկյունները:
- 196.** O -ն $ABCD$ զուգահեռագծի անկյունագծերի հատման կետն է: Գտեք BO -ն և OC -ն, եթե $BD = 12$ սմ է, $AC = 17$ սմ:
- 197.** O -ն $ABCD$ զուգահեռագծի անկյունագծերի հատման կետն է: AO -ն ABD եռանկյան ինչն է:
- 198.** $ABCD$ քառանկյան AD և BC կողմերը զուգահեռ են և հավասար: Ինչպիսի՞ն է այդ քառանկյունը: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 199.** $ABCD$ քառանկյունում $AB = CD$, $BC = AD$: Ինչպիսի՞ն է այդ քառանկյունը: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 200.** O -ն $ABCD$ քառանկյան անկյունագծերի հատման կետ է, ընդ որում՝ $BO = OD$, $AO = OC$: Գտեք AB -ն, եթե $CD = 10$ սմ: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 201.** Ինչպե՞ս տանել C բնակավայրով անցնող և A , B բնակավայրերը միացնող ճանապարհին զուգահեռ ճանապարհ՝ օգտվելով զուգահեռագծի հայտանիշներից (նկ. 112):



Նկար 112

- 202.** Ուղղանկյան անկյունագծերի հատման կետում կենտրոն ունեցող շրջանագիծն անցնում է դրա գագաթներից մեկով: Ուղղանկյան մյուս գագաթները գտնվում են այդ շրջանագծի վրա: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 203.** Ուղղանկյունաձև հողամասի ռժր կետում պետք է տեղադրել լամպը, որպեսզի բոլոր անկյունները լուսավորվեն նույն չափով: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 204.** Ատաղձագործն իր աշակերտին հանձնարարեց պատրաստել ուղղանկյունաձև շրջանակ: Երբ աշակերտն ավարտեց աշխատանքը՝

տանքը, վարպետը չափեց շրջանակի անկյունագծերն ու պարզեց, որ դրանք հավասար չեն: Աշակերտը կատարել էր հանձնարարությունը: Պատասխանը հիմնավորեք:

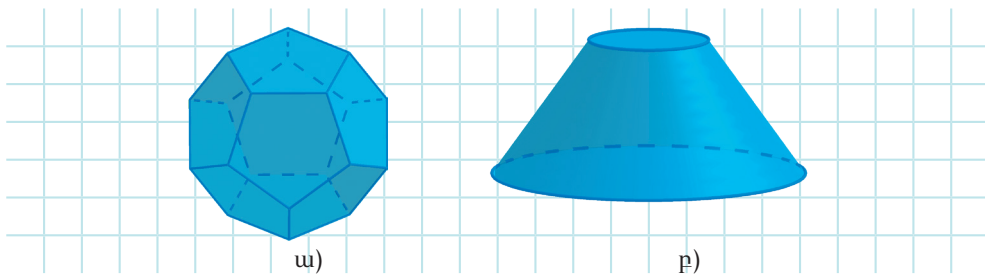
205. Շեղանկյան պարագիծը 36 սմ է: Գտեք շեղանկյան կողմը:
206. ABCD շեղանկյան անկյունագծերը հատվում են O կետում: Գտեք AOB եռանկյան անկյունները, եթե $\angle ABC = 120^\circ$:
207. Գտեք ABCD շեղանկյան անկյունները, եթե $\angle ABD = 40^\circ$:
208. ABCD շեղանկյան A անկյունը 130° է: Գտեք ABC եռանկյան անկյունները:
209. Շեղանկյան անկյունագծերը 6 սմ և 8 սմ են: Գտեք շեղանկյան կողմը:
210. Շեղանկյան անկյունագծերը 6 սմ և $6\sqrt{3}$ սմ են: Գտեք շեղանկյան ա) կողմը, բ) անկյունները:
211. Գտեք AD և BC հիմքերով սեղանի A և B անկյունների գումարը:
212. Հավասարասրուն սեղանի մեծ հիմքին առընթեր անկյունը 5 անգամ փոքր է փոքր հիմքին առընթեր անկյունից: Գտեք սեղանի անկյունները:
213. Գտեք 13 սմ և 19 սմ հիմքերով սեղանի միջին գիծը:
214. Գտեք սեղանի հիմքերի երկարությունները, եթե դրանց տարբերությունը 7 սմ է, իսկ սեղանի միջին գիծը 12 սմ է:
215. Հավասարասրուն սեղանի սրունքը հավասար է փոքր հիմքին և մեծ հիմքից փոքր է 2 անգամ: Գտեք սեղանի պարագիծը, եթե փոքր հիմքը 7 սմ է:
216. Հավասարասրուն սեղանի մի հիմքը երկու անգամ մեծ է մյուսից: Սեղանի անկյունագիծը սուր անկյունը բաժանում է երկու հավասար մասերի: Գտեք սեղանի միջին գիծը, եթե դրա պարագիծը 60 սմ է:

§8. Բազմանիստ

□ 23. Ուռուցիկ և ոչ ուռուցիկ բազմանիստեր

Սահմանում: Մարմինը, որի մակերևույթը կազմված է վերջավոր թվով բազմանկյուններից, կոչվում է բազմանիստ:

Այդ բազմանկյունները կոչվում են բազմանիստի նիստեր, դրանց կողմերը կոչվում են բազմանիստի կողեր, իսկ գագաթները՝ բազմանիստի գագաթներ:

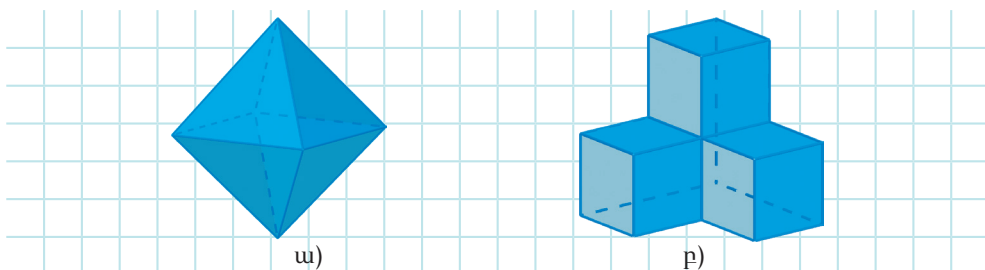


Նկար 113

Նկար 113 ա)-ի մարմինը բազմանիստ է, դրա մակերևույթը կազմված է տասներկու բազմանկյուններից, իսկ 104 բ)-ի մարմինը բազմանիստ չէ:

Կետ 19-ում վերհիշեցինք ուռուցիկ բազմանկյան սահմանումը: Բազմանիստերը նույնպես լինում են ուռուցիկ և ոչ ուռուցիկ:

Սահմանում: Բազմանիստը կոչվում է ուռուցիկ, եթե այն իր յուրաքանչյուր նիստի հարթության միայն մի կողմում է:

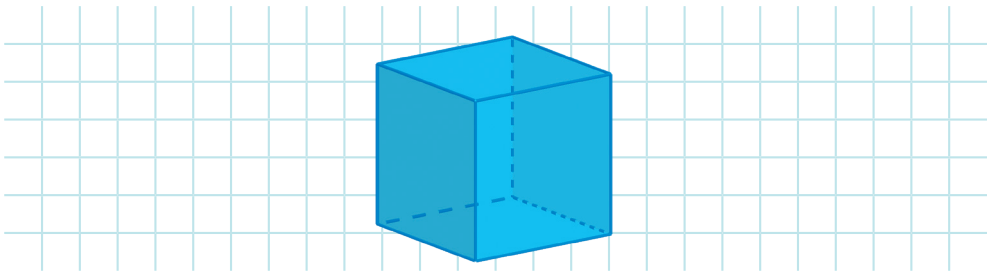


Նկար 114

Նկար 114 ա)-ի մարմինը ուռուցիկ բազմանիստ է, այն իր ցանկացած նիստի հարթության մի կողմում է, իսկ 114 բ)-ի մարմինը ոչ ուռուցիկ բազմանիստ է:

Ուռուցիկ բազմանիստեր են ձեզ ծանոթ ուղղանկյունանիստը, խորոնարդը, քառանիստը: Ուռուցիկ բազմանիստերից զուգահեռանիստը և բուրգը կուսումնասիրվեն շուտով:

Կետ 11-ում՝ քառանիստը դիտարկելիս նշվել է, որ քառանիստ գծելիս չերևացող կողերը գծվում են կետագծերով: Ավելացնենք, որ տարածական պատկերների գծագրերում զուգահեռ ուղիղները կամ զուգահեռ հատվածները պատկերվում են զուգահեռ գծերով: Իսկ անկյունների մեծությունները, հատվածների երկարությունները տարածական պատկերների գծագրերում կարող են իրականությանը չհամապատասխանել: Օրինակ, նկար 115-ում պատկերված է խորոնարդ: Դրանում չերևացող կողերը պատկերված են կետագծերով, զուգահեռ կողերը՝ զուգահեռ գծերով, բայց անկյունների մեծությունները, կողերի երկարություններ չեն պահպանվել:



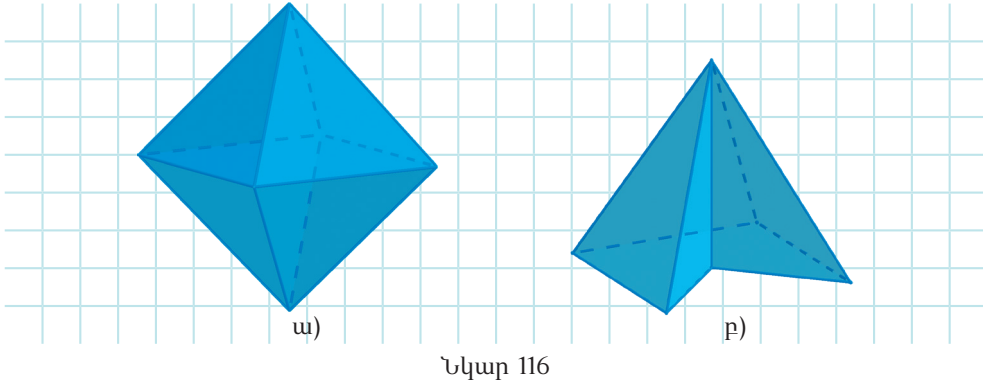
Նկար 115

24. Էլերի քանաձևը

Պարզվում է, որ ուռուցիկ բազմանիստի գագաթների քանակը (Φ), նիստերի քանակը (Σ) և կողերի քանակը (Υ) կապված են հետևյալ առնչությամբ.

Թեորեմ: (Էլերի քանաձև) Ուռուցիկ բազմանիստի գագաթների, նիստերի և կողերի քանակները բավարարում են հետևյալ առնչությանը. $\Phi + \Sigma - \Upsilon = 2$:

Նշենք, որ ոչ ուռուցիկ բազմանիստը նույնպես կարող է բավարարել Էյլերի բանաձևին:

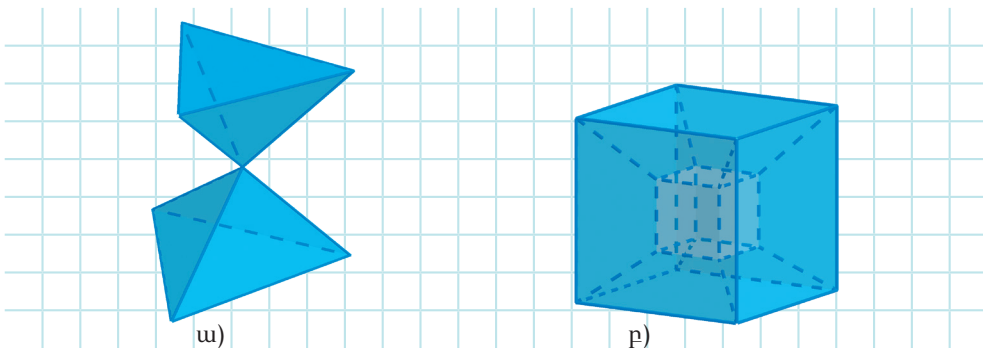


Նկար 116

Օրինակ, նկար 116 ա)-ի բազմանիստն ուռուցիկ է և դրա համար տեղի ունի Էյլերի բանաձևը: Իրոք, այն ունի վեց գագաթ, ութ նիստ և տասներկու կող: Հետևաբար, $\Phi + \Psi - \Upsilon = 2$: 116 բ)-ի բազմանիստը ոչ ուռուցիկ է, բայց դրա համարել տեղի ունի Էյլերի բանաձևը, քանի որ այն ունի վեց գագաթ, վեց նիստ և տասը կող:

Նկար 117 ա)-ի բազմանիստը ոչ ուռուցիկ է: Այն ունի յոթ գագաթ, ութ նիստ և տասներկու կող. $\Phi = 7$, $\Psi = 8$, $\Upsilon = 12$: Հետևաբար, $\Phi + \Psi - \Upsilon = 3$, այսինքն, դրա համար ձիշտ չէ Էյլերի բանաձևը:

Էյլերի բանաձևը ձիշտ չէ նաև խորանարդի համար, որից հեռացված է խորանարդ (նկ. 117 բ):

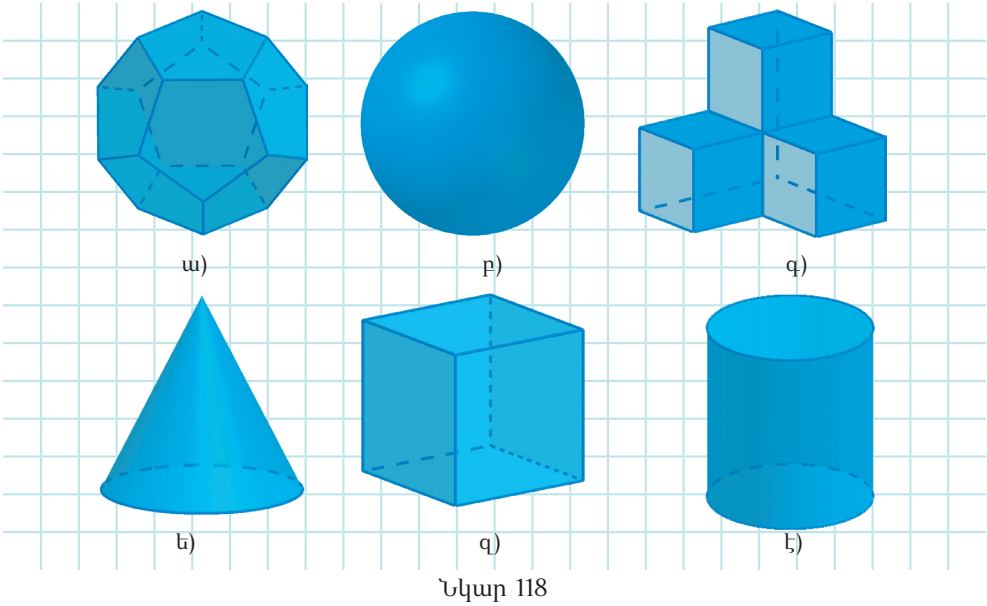


Նկար 117

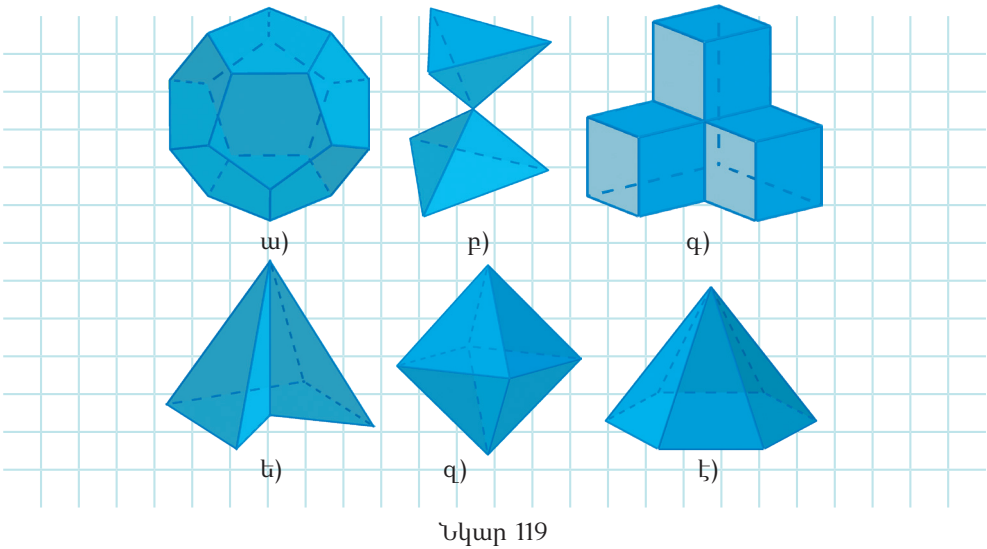


Հարցեր և խնդիրներ

217. Նկար 118-ի մարմիններից որո՞նք են բազմանիստ:



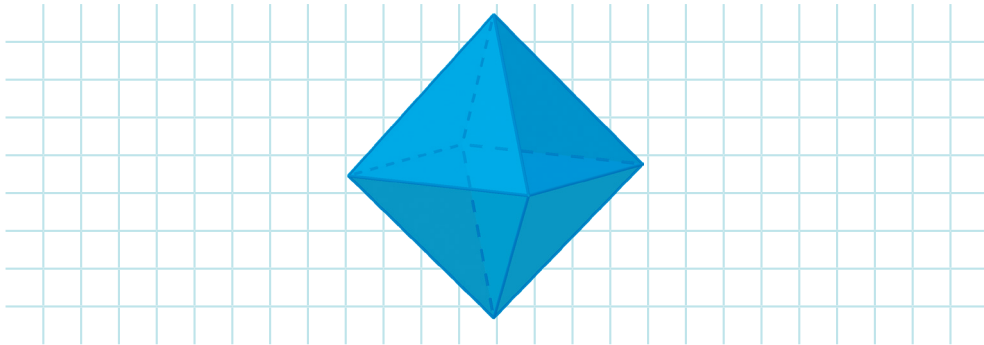
218. Նկար 119-ի բազմանիստներից որո՞նք են ուռուցիկ:



219. Ամենաքիչը քանի՞ նիստ կարող է ունենալ բազմանիստը:

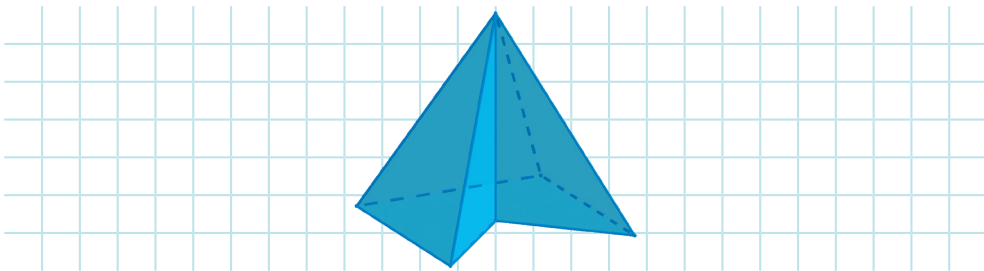
220. Ամենաքիչը քանի՞ գագաթ և քանի՞ կող կարող է ունենալ բազմանիստը:

221. Քանի՞ գագաթ, քանի՞ կող, քանի՞ նիստ ունի նկար 120-ի բազմանիստը: Ճիշտ է արդյոք էյլերի բանաձևն այդ բազմանիստի համար:



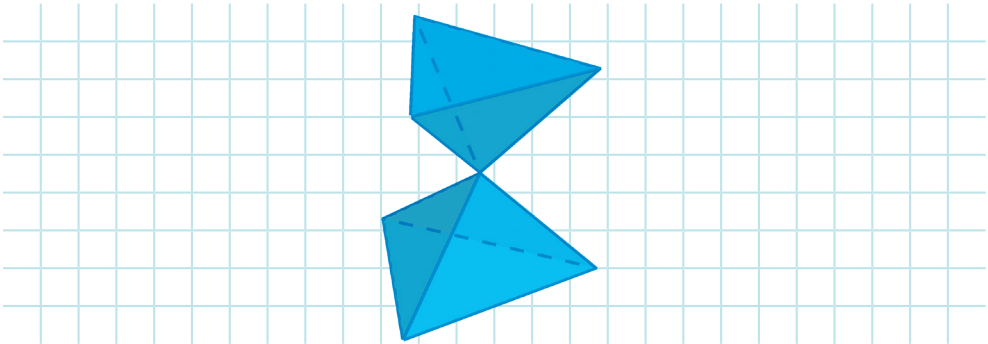
Նկար 120

222. Քանի՞ գագաթ, քանի՞ կող, քանի՞ նիստ ունի նկար 121-ի բազմանիստը: Ճիշտ է արդյոք էյլերի բանաձևն այդ բազմանիստի համար:



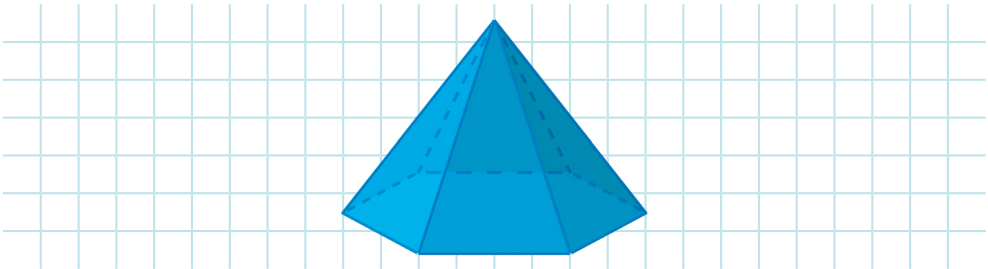
Նկար 121

223. Քանի՞ գագաթ, քանի՞ կող, քանի՞ նիստ ունի նկար 122-ի բազմանիստը: Ճիշտ է արդյոք էյլերի բանաձևն այդ բազմանիստի համար:



Նկար 122

224. Քանի գագաթ, քանի կող, քանի նիստ ունի նկար 123-ի բազմանիստը: Ճիշտ է արդյոք էյլերի բանաձևն այդ բազմանիստի համար:



Նկար 123

225. Կարող է ուռուցիկ բազմանիստն ունենալ 8 գագաթ, 6 նիստ և 12 կող: Եթե այո, բերեք այդպիսի բազմանիստի օրինակ:

226. Կարող է ուռուցիկ բազմանիստն ունենալ 10 գագաթ, 8 նիստ և 19 կող: Եթե այո, բերեք այդպիսի բազմանիստի օրինակ:

§9. Զուգահեռանիստ

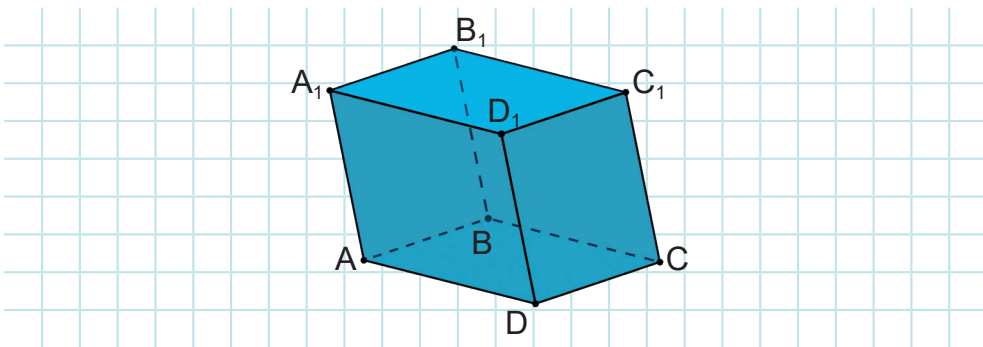
□ 25. Զուգահեռանիստ

Դիտարկենք երկու հավասար զուգահեռագծեր՝ $ABCD$ -ն և $A_1B_1C_1D_1$ -ը, որոնք դասավորված են զուգահեռ հարթություններում այնպես, որ AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 հատվածները զուգահեռ են: ABB_1A_1 ,

BCC_1B_1 , CDD_1C_1 և DAA_1D_1 քառանկյունները նույնպես կլինեն զուգահեռագծեր:

Սահմանում: Այն մակերևույթը, որը կազմված է $ABCD$, $A_1B_1C_1D_1$, ABB_1A_1 , BCC_1B_1 , CDD_1C_1 , DAA_1D_1 զուգահեռագծերից, կոչվում է **զուգահեռանիստ** (նկ. 124):

Այն նշանակվում է այսպես. $ABCD A_1B_1C_1D_1$: Զուգահեռանիստով սահմանափակված մարմինը նույնպես անվանում են զուգահեռանիստ:



Նկար 124

Զուգահեռանիստը կազմող զուգահեռագծերը կոչվում են **զուգահեռանիստի նիստեր**, դրանց կողմերը՝ **զուգահեռանիստի կողեր**, իսկ գագաթները՝ **զուգահեռանիստի գագաթներ**:

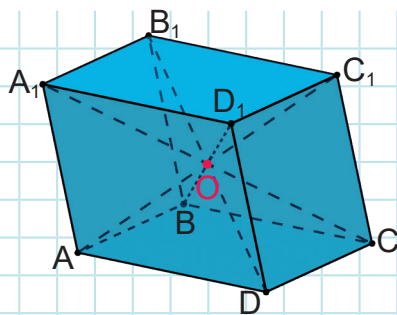
Սահմանում: Զուգահեռանիստի նիստերը, որոնք ունեն ընդհանուր կող, կոչվում են **կից նիստեր**, իսկ ընդհանուր կող չունեցողները՝ **հանդիպակաց նիստեր**:

Սովորաբար զուգահեռանիստի հանդիպակաց նիստերի մի զույգ առանձնացնում են և անվանում **հիմքեր**, իսկ մյուսները՝ **կողմնային նիստեր**: Զուգահեռանիստի այն կողերը, որոնք հիմքերին չեն պատկանում, անվանում են **կողմնային կողեր**:

Թեորեմ: Զուգահեռանիստի հանդիպակաց նիստերը զուգահեռ են և հավասար (նկ. 124):

Օրինակ, AA_1D_1D և BB_1C_1C նիստերը զուգահեռ են և հավասար: Զուգահեռ և հավասար են նաև AA_1B_1B և DD_1C_1C նիստերը (նկ. 124):

Սահմանում: Զուգահեռանիստի նույն նիստին չպատկանող երկու գագաթները կոչվում են հանդիպակաց: Հանդիպակաց գագաթները միացնող հատվածը կոչվում է զուգահեռանիստի անկյունագիծ (նկ. 125):

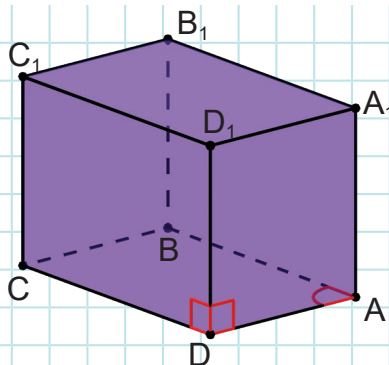


Նկար 125

Թեորեմ: Զուգահեռանիստի անկյունագծերը հատվում են մի կետում և այդ կետով կիսվում են (նկ. 125):

Նկար 125-ում զուգահեռանիստի A_1C , AC_1 , B_1D , BD_1 անկյունագծերը հատվում են O կետում և այդ կետով կիսվում են:

Սահմանում: Ուղիղ զուգահեռանիստ է կոչվում այն զուգահեռանիստը, որի կողմնային կողերը ուղղահայաց են հիմքերին (նկ. 126):



Նկար 126

Հակառակ դեպքում զուգահեռանիստը կոչվում է թեք զուգահեռանիստ:

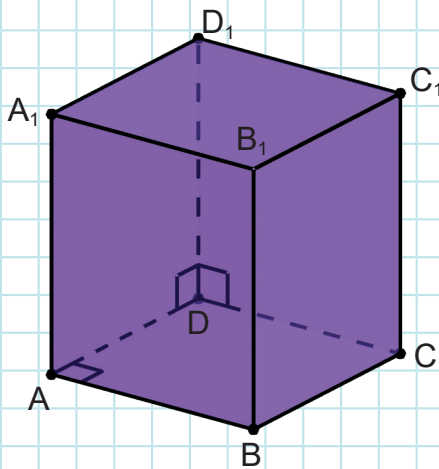
Սահմանումից հետևում է, որ ուղիղ զուգահեռանիստի կողմնային նիստերը ուղղանկյուններ են:



Ինտերակտիվ մոդել
Զուգահեռանիստ

□ 26. Ուղղանկյունանիստ

Սահմանում: Ուղիղ զուգահեռանիստը, որի հիմքերը ուղղանկյուններ են, կոչվում է ուղղանկյունանիստ (նկ. 127):



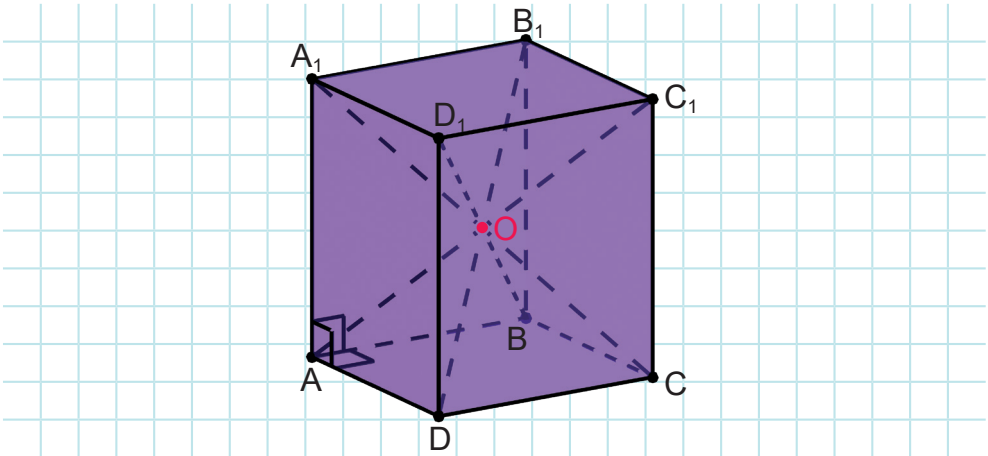
Նկար 127

Ըստ սահմանման՝ ուղղանկյունանիստի հիմքերը ուղղանկյուններ են: Բացի դրանից, այն ուղիղ զուգահեռանիստ է, հետևաբար կողմնային նիստերը նույնպես ուղղանկյուններ են: Այսպիսով.

Թեորեմ: Ուղղանկյունանիստի բոլոր նիստերը ուղղանկյուններ են (նկ. 128):

Ուղղանկյունանիստի անկյունագծերը, ինչպես ամեն մի զուգահեռանիստի անկյունագծերը, հատվում և հատման կետով կիսվում են (նկ. 128): Բացի դրանից.

Թեորեմ: Ուղղանկյունանիստի անկյունագծերը հավասար են (նկ. 128):



Նկար 128

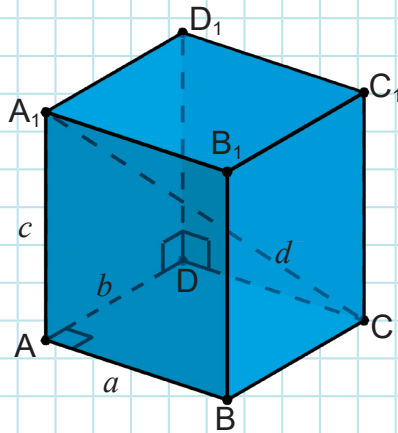
Հիշենք, որ զուգահեռանիստի անկյունագծերը հատվում են մի կետում և այդ կետով կիսվում են: Հետևաբար, վերևի թեորեմից հետևում է, որ ուղղանկյունանիստի անկյունագծերի հատման կետը հավասարահեռ է դրա գագաթներից:

Մահմանում: Ուղղանկյունանիստի ընդհանուր գագաթունեցող երեք կողերի երկարությունները կոչվում են ուղղանկյունանիստի չափումներ (նկ. 129):

Օրինակ, նկար 129-ի ուղղանկյունանիստի A ընդհանուր գագաթունեցող AB, AD և AA₁ կողերի երկարությունները դրա չափումներն են:

Մահմանում: Ուղղանկյունանիստը, որի երեք չափումները հավասար են, կոչվում է խորանարդ:

Թեորեմ: Ուղղանկյունանիստի անկյունագծի քառակուսին հավասար է դրա երեք չափումների քառակուսիների գումարին՝ $a^2 + b^2 + c^2 = d^2$ (նկ. 129):



Նկար 129

Ուղղանկյան անկյունագծի քառակուսին, ըստ Պյութագորասի թեորեմի, հավասար է ուղղանկյան երկու չափումների (կից կողմերի երկարությունների) քառակուսիների գումարին: Այդ պատճառով նախորդ թեորեմը հաճախ անվանում են Պյութագորասի տարածական թեորեմ:



Ինտերակտիվ մոդել
Ուղղանկյունանիստ



Հարցեր և խնդիրներ

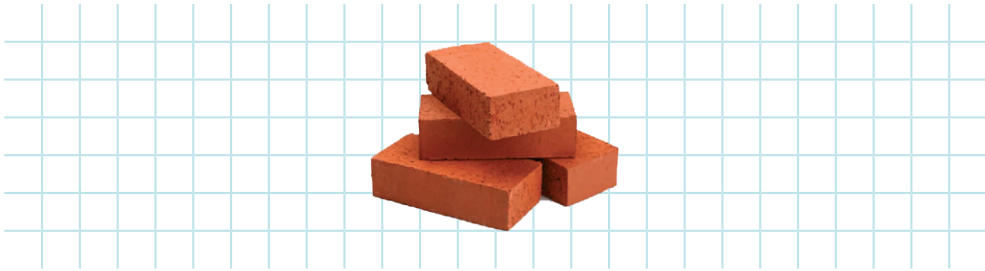
227. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ զուգահեռանիստի դր նիստերի հարթություններին է զուգահեռ ա) AB , բ) $B_1 B$ ուղիղը:
228. Տրված է $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ զուգահեռանիստը: Ապացուցեք, որ AB_1 և DC_1 ուղիղները զուգահեռ են:
229. Օ-ն $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ զուգահեռանիստի անկյունագծերի հատման կետն է, իսկ M -ը՝ AA_1 կողի միջնակետը: Ապացուցեք, որ OM և AC ուղիղները զուգահեռ են:
230. Ապացուցեք, որ զուգահեռանիստի հիմքերի անկյունագծերի հատման կետերը միացնող հատվածը զուգահեռ է զուգահեռանիստի

կողմնային կողին:

- 231.** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ զուգահեռանիստի AA_1 , BB_1 , CC_1 կողերի միջնակետերը համապատասխանաբար M , N , K կետերն են: Ինչպիսին է M , N , K կետերով անցնող հարթության և զուգահեռանիստի հիմքի հարթության փոխդասավորությունը: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 232.** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ զուգահեռանիստի CC_1 , BB_1 կողերի M և N կետերն այնպիսին են, որ MN ուղիղը զուգահեռ չէ զուգահեռանիստի հիմքի հարթությանը: Կառուցեք MN ուղղի և զուգահեռանիստի հիմքի հարթության հատման կետը: Հիմնավորեք Ձեր քայլերը:
- 233.** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ զուգահեռանիստի CC_1 , BB_1 կողերի M և N կետերն այնպիսին են, որ MN ուղիղը զուգահեռ չէ զուգահեռանիստի հիմքի հարթությանը: Կառուցեք MN ուղղով և CD կողի K միջնակետով անցնող հարթության ու զուգահեռանիստի հիմքի հարթության հատման գիծը: Հիմնավորեք Ձեր քայլերը:
- 234.** Ապացուցեք, որ ուղիղ զուգահեռանիստի կողմնային նիստերը ուղղանկյուններ են:
- 235.** Կարո՞ղ է ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքը չլինել ուղղանկյուն: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 236.** Կարո՞ղ է թեք զուգահեռանիստի հիմքը լինել ուղղանկյուն: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 237.** Զուգահեռանիստի հիմքի գագաթից մյուս հիմքին տարված ուղղահայացը կոչվում է զուգահեռանիստի բարձրություն: Կարո՞ղ է թեք զուգահեռանիստի բարձրությունը հավասար լինել դրա կողմնային կողին: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 238.** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ թեք զուգահեռանիստի հիմքը $ABCD$ ուղղանկյունն է: A_1 գագաթից հիմքին տարված ուղղահայացի հիմքը AD կողմի վրա է: Ապացուցեք, որ $AA_1 B_1 B$ նիստը ուղղանկյուն է:
- 239.** Կարո՞ղ են թեք զուգահեռանիստի կողմնային նիստերից երկուսը լինել ուղղանկյուններ: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 240.** Կարո՞ղ են թեք զուգահեռանիստի կից կողմնային նիստերը լինել ուղղանկյուններ: Պատասխանը հիմնավորեք:
- 241.** 6 սմ երկարությամբ կողով փայտե խորանարդի բոլոր նիստերը ներկել են և կտրատել են 2 սմ կող ունեցող խորանարդների: Քանի՞ խորանարդ կստացվի ա) երեք ներկված նիստերով, բ) երկու

ներկված նիստերով, գ) մեկ ներկված նիստով, դ) ներկված նիստ չունեցող:

242. Ունեք ուղղանկյունանիստաձև միատեսակ աղյուսներ (նկ. 130): Ինչպե՞ս մեկ չափումով իմանալ աղյուսի անկյունագծի երկարությունը:



Նկար 130

243. Գտեք ուղղանկյունանիստի անկյունագիծը, եթե դրա չափումներն են 2 սմ, 3 սմ և $2\sqrt{3}$ սմ:
244. Գտեք a կողմով խորանարդի անկյունագիծը:
245. Ուղղանկյունանիստի հիմքի կողմերը և կողմնային կողը հարաբերում են ինչպես 2:3:6, իսկ անկյունագիծը 7 սմ է: Գտեք հիմքի կողմերի երկարությունները:
246. Ուղղանկյունանիստի հիմքը 9 սմ և 12 սմ կողմերով ուղղանկյուն է, իսկ անկյունագիծը $15\sqrt{2}$ սմ է: Գտեք ուղղանկյունանիստի կողմնային կողը:
247. Գտեք ուղղանկյունանիստի կողմնային կողը, եթե դրա հիմքի կողմերը 6 սմ և 8 սմ են, իսկ անկյունագիծը հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° -ի անկյուն:
248. Ուղղանկյունանիստի անկյունագիծը 13 սմ է, իսկ հիմքի կողմերը 3 սմ և 4 սմ են: Գտեք ուղղանկյունանիստի բարձրությունը:
249. Ուղղանկյունանիստի հիմքի կողմերը $3\sqrt{3}$ սմ և $4\sqrt{3}$ սմ են, իսկ անկյունագիծը 10 սմ է: Գտեք ուղղանկյունանիստի բարձրությունը:
250. Տրված է $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ խորանարդը: Գտեք AB_1 և CD_1 ուղիղների կազմած անկյունը:
251. Ուղղանկյունանիստի հիմքը քառակուսի է, որի կողմը $\sqrt{6}$ անգամ փոքր է ուղղանկյունանիստի կողմնային կողից: Գտեք ուղղանկյունանիստի անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը:

252. Ուղղանկյունանիստի անկյունագիծը $5\sqrt{2}$ սմ է, իսկ հիմքի կողմերը 3 սմ և 4 սմ են: Գտեք ուղղանկյունանիստի անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը:
253. Տրված է $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունանիստը: Արեք գծագիր և գծագրի վրա նշեք ուղղանկյունանիստի BD_1 անկյունագծի և B գագաթով նիստերի կազմած անկյունները: Գտեք այդ անկյունների տանգենսները, եթե $AB = BB_1 = a$, $BC = 2a$:
254. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունանիստի հիմքը 1 սմ կողմով քառակուսի է, իսկ կողմնային կողը $\sqrt{5}$ սմ է: K կետը $AA_1 B_1 B$ կողմնային նիստի անկյունագծերի հատման կետն է: Գտեք KC ուղղի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը:

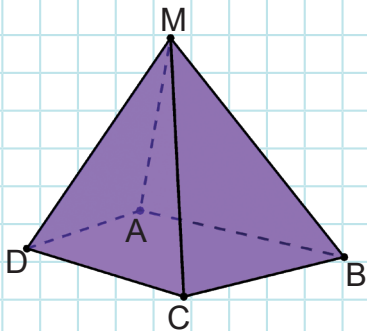
§10. Բուրգ

□ 27. Բուրգ

Սահմանում: Բազմանկյան գագաթները դրա հարթությանը չպատկանող կետին միացնելուց առաջացած եռանկյուններով և այդ բազմանկյունով կազմված մակերևույթը կոչվում է բուրգ (նկ. 131):

Բազմանկյունը կոչվում է բուրգի հիմք, իսկ դրա հարթությանը չպատկանող կետը՝ բուրգի գագաթ:

Նկար 131-ի բուրգը կազմված է $ABCD$ քառանկյունից և դրա հարթությանը չպատկանող M կետը այդ քառանկյան գագաթներին միացնելով առաջացած MAB , MBC , MCD , MAD եռանկյուններից:



Նկար 131

$ABCD$ քառանկյունը բուրգի հիմքն է, M կետը՝ բուրգի գագաթը: Այդ բուրգը կնշանակենք $MABCD$ -ով:

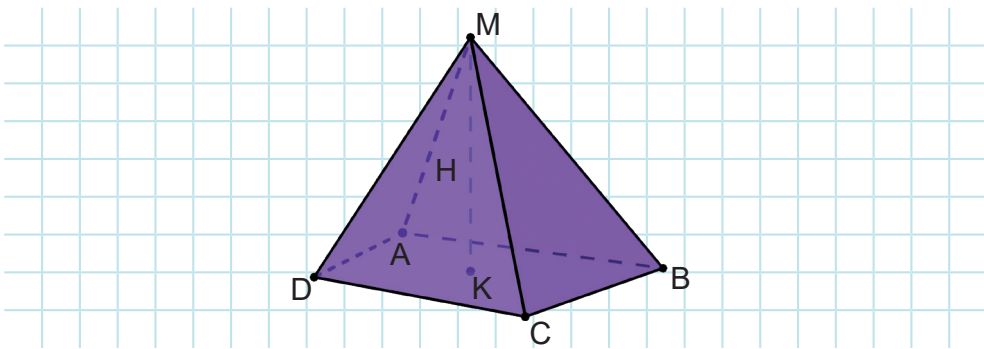
Բուրգի գագաթը հիմքի գագաթներին միացնող հատվածները կոչվում են կողմնային կողեր, իսկ այդ միացումից առաջացած եռանկյունները՝ կողմնային նիստեր (նկ. 131):

MA, MB, MC, MD հատվածները բուրգի կողմնային կողերն են, իսկ MAB, MBC, MCD, MAD եռանկյունները՝ բուրգի կողմնային նիստերը:

Սահմանում: Բուրգը, որի հիմքը n -անկյուն բազմանկյուն է, կոչվում է n -անկյուն բուրգ:

Նկար 131-ի բուրգը քառանկյուն բուրգ է: Եռանկյուն բուրգը կոչվում է նաև քառանիստ:

Սահմանում: Բուրգի գագաթից դրա հիմքի հարթությանը տարված ուղղահայացը կոչվում է բուրգի բարձրություն (նկ. 132):



Նկար 132

Նկար 132-ում $MABCD$ բուրգի բարձրությունը MK հատվածն է:

□ 28. Կանոնավոր բուրգ

Մինչև կանոնավոր բուրգ սահմանելը վերհիշենք կանոնավոր բազմանկյան սահմանումը և որոշ հատկություններ:

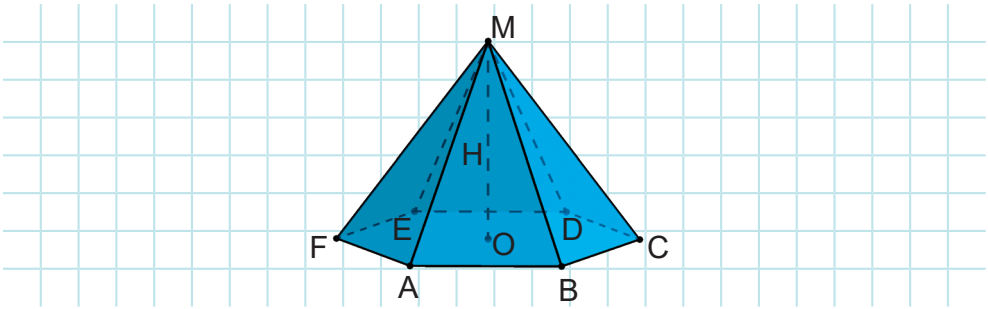
Կանոնավոր բազմանկյուն է կոչվում այն ուռուցիկ բազմանկյունը,

որի բոլոր անկյունները հավասար են և բոլոր կողմերն են հավասար:

Ցանկացած կանոնավոր բազմանկյան կարելի է և՛ ներգծել, և՛ արտագծել շրջանագիծ: Այդ շրջանագծերի կենտրոնները համընկնում են: Արտագծած կամ ներգծած շրջանագծի կենտրոնը կոչվում է **կանոնավոր բազմանկյան կենտրոն**:

Հիշեցնենք նաև, որ կանոնավոր եռանկյունը հավասարակողմ եռանկյունն է, իսկ կանոնավոր քառանկյունը՝ քառակուսին:

Սահմանում: Կանոնավոր բուրգ է կոչվում այն բուրգը, որի հիմքը կանոնավոր բազմանկյուն է, իսկ բուրգի գագաթը հիմքի կենտրոնին միացնող հատվածը դրա բարձրությունն է (նկ. 133):

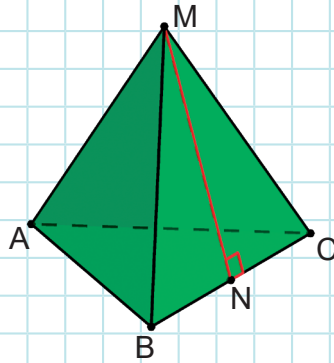


Նկար 133

Նկար 133-ում MABCDEF կանոնավոր բուրգի հիմքը ABCDEF կանոնավոր վեցանկյունն է, իսկ բարձրությունը MO հատվածն է, որտեղ O-ն հիմքի կենտրոնն է: O-ից մինչև հիմքի գագաթներ եղած հեռավորությունները՝ OA, OB, OC, OD, OE, OF հատվածները հավասար են: Հետևաբար, ըստ Պյութագորասի թեորեմի, բուրգի կողմնային կողերը նույնպես հավասար են:

Թեորեմ: Կանոնավոր բուրգի բոլոր կողմնային կողերը հավասար են, իսկ կողմնային նիստերը հավասար և հավասարասրուն եռանկյուններ են (նկ. 133):

Սահմանում: Կանոնավոր բուրգի կողմնային նիստի բարձրությունը, որը տարված է բուրգի գագաթից կոչվում է հարթագիծ (նկ. 134):



Նկար 134

Նկար 134-ում MN -ը $MABC$ կանոնավոր բուրգի հարթագիծն է:

Նկատենք, որ կանոնավոր բուրգի հարթագիծը բուրգի գագաթը դրա հիմքի կողմի միջնակետին միացնող հատվածն է:



Ինտերակտիվ մոդել
Կանոնավոր բուրգ



Հարցեր և խնդիրներ

255. $ABCDE$ քառանկյան հարթությանը չպատկանող M կետը միացրել են այդ քառանկյան բոլոր գագաթներին: Անվանեք առաջացած $MABCDE$ բուրգը: Գտեք այդ բուրգի ա) գագաթների, բ) նիստերի, գ) կողերի քանակը:
256. Գտեք վեցանկյուն բուրգի ա) գագաթների, բ) կողերի, գ) նիստերի քանակը:
257. Գոյություն ունի՞ այնպիսի բուրգ, որի կողերի թիվը լինի՝ ա) 6, բ) 9, գ) 14: Պատասխանը հիմնավորեք:
258. Ինչպե՞ս են անվանում բուրգը, որն ունի ա) 8 նիստ, բ) 10 կող, գ) 7 գագաթ:
259. Ինչքա՞ն է ա) եռանկյուն, բ) քառանկյուն, գ) n -անկյուն բուրգի բոլոր նիստերի անկյունների (հարթ անկյունների) գումարը:
260. Կարո՞ղ է բուրգի բարձրությունը տարբեր անկյուններ կազմել

բուրգի հիմքի կողմերի հետ: Պատասխանը հիմնավորեք:

261. Բուրգի կողմնային կողերից քանիսը կարող է ուղղահայաց լինել հիմքի հարթությանը: Պատասխանը հիմնավորեք:
262. MABCD քառանկյուն բուրգի MA կողն ուղղահայաց է հիմքի հարթությանը, իսկ ABCD հիմքը ուղղանկյուն է: Ապացուցեք, որ բուրգի բոլոր կողմնային նիստերը ուղղանկյուն եռանկյուններ են:
263. Քառանկյուն բուրգի հիմքը ուղղանկյուն է, իսկ բարձրությունն անցնում է հիմքի անկյունագծերի հատման կետով: Ապացուցեք, որ բուրգի կողմնային կողերը հավասար են:
264. Կանոնավոր բուրգի հիմքը կարող է լինել կամայական զուգահեռագիծ: Պատասխանը հիմնավորեք:
265. Կարող է կանոնավոր բազմանկյունը լինել ոչ կանոնավոր բուրգի հիմք:
266. Կարող է հավասար կողմնային կողերով բուրգը չլինել կանոնավոր բուրգ: Եթե այո, բերեք այդպիսի բուրգի օրինակ:
267. Գտեք MABCD կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բոլոր կողերի երկարությունների գումարը, եթե $P_{AMB} = 17$ սմ:
268. Ապացուցեք, որ կանոնավոր բուրգի կողմնային կողերի՝ հիմքի հարթության հետ կազմած անկյունները հավասար են:
269. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հիմքի պարագիծը 20 սմ է, իսկ կողմնային նիստերից մեկի պարագիծը՝ 19 սմ: Գտեք այդ բուրգի կողմնային կողը:
270. Կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի հիմքի պարագիծը 36 սմ է, իսկ կողմնային կողերի երկարությունների գումարը՝ 42 սմ: Գտեք այդ բուրգի կողմնային նիստերից մեկի պարագիծը:
271. Ապացուցեք, որ կանոնավոր բուրգի հարթագծերը հավասար են:
272. MABCD կանոնավոր քառանկյուն բուրգի MA կողը հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտեք բոլոր կողմնային կողերի՝ հիմքի հարթության հետ կազմած անկյունների գումարը:
273. Ապացուցեք, որ կանոնավոր բուրգի հարթագծերի՝ հիմքի հարթության հետ կազմած անկյունները հավասար են:
274. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հիմքի անկյունագիծը $8\sqrt{2}$ սմ է, բուրգի բարձրությունը 3 սմ է: Գտեք բուրգի հարթագիծը:

275. MABCDEF կանոնավոր վեցանկյուն բուրգում $MA = 10$ սմ, $AD = 12$ սմ: Գտեք բուրգի բարձրությունը:
276. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բարձրությունը 6 սմ է, հարթագիծը՝ 10 սմ: Գտեք բուրգի ա) հիմքի կողմը, բ) կողմնային կողը:
277. Ապացուցեք, որ կանոնավոր բուրգի հարթագիծը նաև կողմնային նիստի միջնագիծ է:
278. Ապացուցեք, որ կանոնավոր բուրգի հարթագիծը մեծ է բուրգի բարձրության հիմքը (բուրգի հիմքի կենտրոնը) բուրգի հիմքի կողմի միջնակետին միացնող հատվածից:
279. Կարող են կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի բոլոր կողերը լինել հավասար: Պատասխանը հիմնավորեք:
280. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի հարթագիծը 20 սմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտեք բուրգի բարձրությունը:
281. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հարթագիծը 16 սմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 60° անկյուն: Գտեք բուրգի հիմքի կողմը:

Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Ծանոթացաք բազմանիստ, զուգահեռանիստ, ուղղանկյունանիստ, բուրգ հասակացությունների հետ:
- Վերհիշեցիք եռանկյան տարրերի, տեսակների մասին գիտելիքները: Ամրապնդեցիք դրանք խնդիրներ լուծելիս կիրառելու հմտությունները:
- Վերհիշեցիք քառանկյան տեսակների, հատկությունների ու հայտանիշների մասին գիտելիքները: Ամրապնդեցիք դրանք խնդիրներ լուծելիս կիրառելու հմտությունները:
- Իմացաք էլլերի բանաձևը, զուգահեռանիստի, ուղղանկյունանիստի հատկությունները, կիրառեցիք դրանք խնդիրներ լուծելիս:
- Իմանաք բուրգի տեսակները, լուծեցիք բուրգի, կանոնավոր բուրգի վերաբերյալ խնդիրներ:



ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ ԵՎ ՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐ

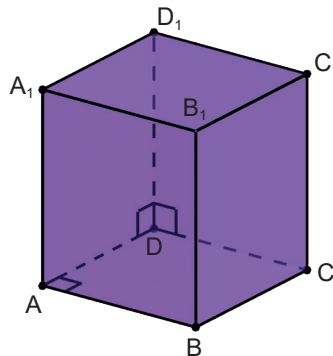
ԳԼՈՒԽ I

1. 16 սմ, 12 սմ:
2. 21 դմ:
3. 20° , 60° , 80° :
4. 36° , 120° , 24° :
5. 30° , 150° :
6. Ոչ:
7. ա) Ոչ, բ) այո:
8. Ոչ:
9. Երկրաչափական հիմքը արքսիոմ 1-ն է, իսկ գործնական նպատակը կայուն հենարան ունենալը:
10. Քանոնի եզրը պետք է հպել հարթ մակերևույթին և համոզվել, որ դրա բոլոր կետերը կայուն են մակերևույթին: Տեսական հիմքը արքսիոմ 2-ն է:
11. ա) Ոչ, բ) ոչ:
12. ա) Այո, բ) այո:
13. Ոչ:
14. Արեք հակասող ենթադրություն և օգտվեք կետ 2-ի հետևանք 1-ից:
16. Ոչ, տե՛ս արքսիոմ 3-ը:
17. AC ուղղով:
20. Արեք հակասող ենթադրություն և օգտվեք կետ 2-ի հետևանք 2-ից:
21. Ոչ, օրինակ, եթե երրորդ ուղիղը հատում է առաջին երկուսին դրանց հատման կետում, ապա կարող է չպատկանել դրանց հարթությանը:
22. ա) Ոչ, բ) այո:
23. Այո, քանի որ մի ուղղի չպատկանող երեք կետը միարժեք որոշում է դրանցով անցնող հարթությունը:
24. Ոչ, քանի որ ուղիղը կարող է շրջանագծի հետ ունենալ միայն մեկ ընդհանուր կետ, բայց ընկած չլինի շրջանագծի հարթության մեջ:
25. ա) Այո, բ) այո, եթե դրանք գտնվում են նույն ուղղի վրա, ոչ, եթե դրանք չեն գտնվում նույն ուղղի վրա:
27. Այո:
29. AB հատողով առաջացած ADE և DAC անկյունները միակողմանի են: BC հատողով առաջացած BED և BCA անկյունները համադիր են: EF

հատողով առաջացած DEF և EFC անկյունները խաչադիր են:

31. Ցուցում: Դիտարկեք այդ ուղիղները AC հատողով հատելիս առաջացած խաչադիր անկյունները:
32. Քանի որ BC և AD ուղիղները AC հատողով առաջացած խաչադիր անկյունները հավասար են, ապա BC և AD ուղիղները զուգահեռ են:
34. Ցուցում: Դիտարկեք այդ ուղիղները BC հատողով հատելիս առաջացած համադիր անկյունները:
36. Ցուցում: Դիտարկեք այդ ուղիղները AB հատողով հատելիս առաջացած միակողմանի անկյունները:
39. Ոչ: Դա կհակասեր զուգահեռ ուղիղների աքսիոմին:
41. Ցուցում: Ցույց տվեք, որ $b \parallel c$, ապա օգտվեք կետ 5-ի հետևանք 2-ից:
43. 107° :
45. 34° :
48. 60° :
49. $80^\circ, 100^\circ$:
50. Ցուցում: Օգտվեք զուգահեռ ուղիղները հատողով հատելիս առաջացած խաչադիր անկյունների հատկությունից և հավասարասրուն եռանկյան հայտանիշից:
51. Ցուցում: Օգտվեք զուգահեռ ուղիղները հատողով հատելիս առաջացած խաչադիր անկյունների հատկությունից, ապա հակադիր անկյունների հատկությունից:
52. 60° :
53. 125° :
54. $\beta = 135^\circ - 2\alpha$:
55. 133° :
56. Այո, քանի որ զուգահեռ ուղիղները ընկած են նույն հարթության մեջ և այդ հարթությանն են պատկանում հատող ուղղի երկու կետ: Հետևաբար, հատող ուղիղը նույնպես պատկանում է այդ հարթությանը:
57. Ոչ, քանի որ եթե ABCD քառանկյունը լիներ սեղան, ապա սեղանի բոլոր գագաթները կպատկանեին դրա հիմքերը պարունակող հարթությանը:
58. Զուգահեռ են:
59. ա) Այո, բ) ոչ:
60. ա) Ոչ, բ) այո, գ) ոչ, դ) ոչ:
61. Այո, եթե անցնի այդ կողմերի ընդհանուր գագաթով:
62. Ոչ, օրինակ, եթե a ուղիղը հատում է α հարթության b ուղիղը, ապա b ուղիղին զուգահեռ և α հարթությանը պատկանող c ուղղի հետ կլինի խաչվող:

63. Ոչ, կարող են լինել խաչվող:
 65. Երկու:
 66. Անվերջ բազմությամբ, եթե A կետը չի պատկանում a ուղղին: Ոչ մի, եթե A կետը պատկանում է a ուղղին:
 67. Օրինակ, AB և A_1D_1 կողերը:
 70. Օրինակ, AB և CD ուղիղները: Կա այդպիսի երեք զույգ:
 71. Կարող են լինել հատվող, խաչվող կամ զուգահեռ:
 72. Ոչ: Օրինակ, դիտարկենք $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ուղղանկյունաձևիստը (նկ. 135): BB_1 և AC ուղիղները խաչվող են, խաչվող են նաև AC և DD_1 ուղիղները, բայց DD_1 և BB_1 ուղիղները զուգահեռ են:



Նկար 135

73. Կարող են լինել հատվող, զուգահեռ կամ խաչվող:
 74. ա) Ոչ, բ) ոչ:
 75. Ոչ: Օրինակ, նկար 135-ի A_1C_1 և B_1D_1 ուղիղները զուգահեռ են (ABC) հարթությանը, բայց հատվում են:
 76. Այո:
 77. Ոչ:
 78. 40° :
 79. 60° :
 80. 50° :
 81. 90° :
 82. Հատվում են:
 83. Զուգահեռ են:
 84. Զուգահեռ են:
 85. Զուգահեռ են:
 86. Սեղանի հիմքերը զուգահեռ են α հարթությանը, իսկ կողմնային կողմերը հատում են α հարթությունը:
 87. a ուղիղը զուգահեռ է α հարթությանը կամ պատկանում է դրան:

88. ա) Ոչ, բ) այո:
89. b ուղիղը կարող է զուգահեռ լինել α հարթությանը կամ պատկանել դրան:
90. Երեք կամ մեկ:
91. Ոչ:
92. Այո:
93. ա) Կարող են լինել հատվող կամ զուգահեռ, բ) զուգահեռ են:
94. Ոչ:
95. ա) Ոչ, բ) ոչ:
97. Ոչ:
98. ա) Այո, բ) ոչ:
99. Օգտվեք հակասող ենթադրության մեթոդից:
100. Ոչ: Ցուցում: Նախ ցույց տվեք, որ եռանկյան հարթությունը զուգահեռ է α հարթությանը:
101. Ցուցում: Ենթադրենք՝ $a \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta, a \notin \beta$: Ենթադրենք՝ a ուղղով անցնող հարթությունը α -ն հատվում է b ուղղով, իսկ b ուղղով անցնող հարթությունը β -ն հատվում է c ուղղով: Ցույց տվեք, որ $a \parallel c$:
102. Ցուցում: Նախ նկատենք, որ հատման գծերը պատկանում են նույն՝ երրորդ հարթությանը: Մնում է օգտվել հակասող ենթադրության մեթոդից:
103. Ցուցում: Օգտվեք հարթությունների զուգահեռության հայտանիշից:
104. 4 գագաթ, 6 կող:
105. 3:
106. Լուցկու հատիկները պետք է լինեն քառանիստի կողերը:
107. Օրինակ, AB և DC , AD և CB կողերը:
108. ա) Հատվում են, բ) զուգահեռ են, գ) զուգահեռ են:
109. Ջուգահեռ են:
111. Սեղան է կամ զուգահեռագիծ:
113. Ցուցում: Օգտագործեք նախորդ խնդրի արդյունքը:
114. Ոչ:
115. Անվերջ քանակով, քանի որ A կետով անցնող և α հարթությանը պատկանող ցանկացած ուղիղ ուղղահայաց է a ուղղին:
116. Ոչ, տե՛ս նախորդ խնդիրը:
117. Ցուցում: α հարթության որևէ K կետ միացրեք A , B և O կետերին, որտեղ O -ն AB -ի միջնակետն է: Ցույց տվեք, որ AOK և BOK ուղղանկյուն եռանկյունները հավասար են:
118. ա) Ոչ, բ) այո:

119. ա) Ոչ, բ) այո:
120. Ցուցում: Օգտվեք քառակուսու անկյունագծերի փոխուղղահայացությունից և ուղղի ու հարթության ուղղահայացության հայտանիշից:
121. Ցուցում: Օգտվեք ուղղի ու հարթության ուղղահայացության հայտանիշից և հարթության ուղղահայաց ուղղի սահմանումից:
122. ա) Ցուցում: Դիտարկեք MOA, MOB, MOC ուղղանկյուն եռանկյունները: Օգտվելով Պյութագորասի թեորեմից կամ ուղղանկյուն եռանկյունների հավասարության հայտանիշներից՝ ցույց տվեք, որ $MA = MB = MC$:
բ) Ցուցում: Օգտվեք ա) կետի պնդումից:
123. Ցուցում: Հիշեք, որ ուղղանկյան անկյունագծերը հավասար են ու հատման կետով կիսվում են, ապա օգտվեք Պյութագորասի թեորեմից կամ ուղղանկյուն եռանկյունների հավասարության հայտանիշներից:
124. ա) Չի կարող, բ) կարող է:
125. ա) Ոչ, բ) այո, գ) այո:
126. ա) Այո, բ) ոչ, գ) այո:
128. Ոչ, քանի որ հարթությանն ուղղահայաց ուղիղները զուգահեռ են:
129. Ոչ:
130. Այո:
131. Անհրաժեշտ և բավարար պայման է:
132. 90° :
133. ա) 45° , բ) 30° :
135. 30° :
136. 45° :
138. Ցուցում: Օգտվեք 137 խնդրից:
139. 60° :
140. 45° :
141. Բարձրության ու α հարթության կազմած անկյունը:
142. $8\sqrt{3}$ սմ, 6 սմ:
143. 3 սմ:
144. 30 սմ:
145. Ցուցում: Ենթադրենք՝ զուգահեռագծի անկյունագծերի հատման կետի հեռավորությունը α հարթությունից x է: Ցույց տվեք, որ $\frac{a+c}{2} = x$,
 $\frac{b+d}{2} = x$:
146. 4 սմ, $4\sqrt{10}$ սմ:
147. բ) 8 դմ, 17 դմ:

148. 30° :

ԳԼՈՒԽ II

150. 14 դմ կամ 6 դմ:

152. 20° , 60° :

153. 6 սմ:

155. 20° , 60° , 100° :

156. 30° , 60° , 90° :

157. 90° :

158. Սուրանկյուն եռանկյուն է:

159. Ոչ:

160. Բութանկյուն եռանկյուն է:

161. Այո, օրինակ, $\angle A = 100^\circ$:

164. 18° , 72° :

165. 20° , 70° :

166. 37 սմ:

167. 11 սմ, 11 սմ, 15 սմ:

168. 30° , 30° :

169. 11,7 սմ: Ոչ:

170. 1: Ոչ:

171. 11,2 սմ:

173. 27 սմ:

175. 70° :

177. 36 սմ:

178. 5 կմ:

179. 50 կմ:

180. 5 մ:

181. 10 մ:

182. Ուղղանկյուն եռանկյուն է:

184. 1,5 մ:

185. A-ից 6 մ հեռավորության վրա:

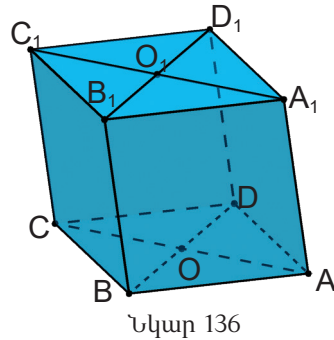
186. 60 սմ, 80 սմ, 100 սմ, 140 սմ:

188. 100° , 100° , 100° , 120° , 120° :

190. 140° , 110° :

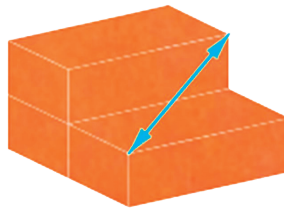
192. 2 չափում:

194. 10 սմ, 13 սմ, 10 սմ, 13 սմ:
195. $\angle C = 40^\circ$, $\angle D = 140^\circ$:
196. 6 սմ, 8,5 սմ:
198. Զուգահեռագիծ է:
200. 10 սմ:
201. Ցուցում: Կառուցեք $CABD$ քառանկյուն այնպես, որ դրա անկյունագծերը հատման կետով կիսվեն:
203. Անկյունագծերի հատման կետում:
204. Ոչ:
205. 9 սմ:
206. 30° , 60° , 90° :
207. 80° , 100° , 80° , 100° :
209. 5 սմ:
210. ա) 60° սմ, բ) 60° , 120° , 60° , 120° :
211. 180° :
212. 30° , 150° , 30° , 150° :
213. 16 սմ:
214. 8,5 սմ, 15,5 սմ:
215. 35 սմ:
216. 18 սմ:
217. ա), գ), զ):
218. ա), զ), է):
219. Չորս:
220. Չորս գագաթ և վեց կող:
221. 6 գագաթ, 12 կող, 8 նիստ:
222. 6 գագաթ, 10 կող, 6 նիստ:
223. 7 գագաթ, 12 կող, 8 նիստ:
224. 7 գագաթ, 12 կող, 7 նիստ:
225. Այո, խորանարդը:
226. Ոչ:
227. ա) CDD_1C_1 և $A_1B_1C_1D_1$, բ) AA_1D_1D և CDD_1C_1 :
228. Ցուցում: Դիտարկեք AB_1C_1D քառանկյունը և օգտվեք զուգահեռագծի հայտանիշներից:
229. Ցուցում: Պետք է նկատել, որ O -ն A_1C անկյունագծի միջնակետն է և օգտվել եռանկյան միջին գծի հատկությունից:
230. Ցուցում: Դիտարկեք AA_1O_1O քառանկյունը (նկ. 136) և օգտվեք զուգահեռագծի հայտանիշներից:



Նկար 136

231. Զուգահեռ են:
234. Ցուցում: Օգտվելով հարթությանն ուղղահայաց ուղղի սահմանումից՝ ցույց տվեք, որ կողմնային նիստերի անկյուններն ուղղիղ են:
235. Այո:
236. Այո:
237. Ոչ:
238. Ցուցում: Օգտվելով ուղղի և հարթության ուղղահայացության հայտանիշից՝ ցույց տվեք, որ $AB \perp AA_1$:
239. Այո: Տե՛ս նախորդ խնդիրը:
240. Ոչ:
241. ա) 8, բ) 12, գ) 6, դ) 1:
242. Օրինակ, կարելի է երեք աղյուս դասավորել այնպես, ինչպես ցույց է տրված նկար 137-ում և չափել նկարում ցույց տրված հատվածը:



Նկար 137

243. 5 սմ:
244. $\sqrt{3}a$:
245. 2 սմ, 3 սմ:
246. 15 սմ:
247. 10 սմ:
248. 12 սմ:
249. 5 սմ:
250. 90° :

251. 60° :

252. 45° :

253. $\operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\operatorname{tg} \varphi_3 = \sqrt{2}$:

254. 45° :

255. Հնգանկյուն բուրգ, p) 6, q) 10:

256. a) 7, p) 12, q) 7:

257. a) Այո, p) ոչ, q) այո:

259. a) 720° , p) 1080° , $(n-1)360^\circ$:

260. Ոչ:

261. Ոչ մեկը կամ մեկը:

262. Ցուցում: MBC և MDC եռանկյունների ուղղանկյուն եռանկյուն լինելն ապացուցելու համար օգտվեք ուղղի և հարթության ուղղահայացության հայտանիշից:

263. Ցուցում: Հիշեք, որ ուղղանկյան անկյունագծերը հավասար են ու հատման կետով կիսվում են, ապա օգտվեք Պյութագորասի թեորեմից կամ ուղղանկյուն եռանկյունների հավասարության հայտանիշներից:

264. Ոչ:

265. Այո:

266. Այո: Տե՛ս 263 խնդիրը:

267. 68 սմ:

268. Ցուցում: Տարեք բուրգի բարձրությունը և դրա հիմքը միացրեք բուրգի հիմքի որևէ երկու գագաթներին: Ցույց տվեք, որ առաջացած ուղղանկյուն եռանկյունները հավասար են:

269. 7 սմ:

270. 20 սմ:

271. Ցուցում: Կիրառելով Պյութագորասի թեորեմը՝ որևէ երկու հարթագիծ արտահայտեք բուրգի կողմնային կողով և հիմքի կողմով:

272. 180° :

273. Ցուցում: Օգտվեք 271 խնդրից և ուղղանկյուն եռանկյունների հավասարության հայտանիշներից:

274. 5 սմ:

275. 8 սմ:

276. a) 16 սմ, p) $2\sqrt{41}$ սմ:

277. Ցուցում: Օգտվեք հավասարասրուն եռանկյան հատկությունից:

278. Ցուցում: Տարեք բուրգի բարձրությունը և օգտվեք ուղղանկյուն եռանկյան հատկությունից:

279. Ոչ: Արեք հակասող ենթադրություն և օգտվեք նախորդ խնդրից:

280. $10\sqrt{2}$ սմ:

281. 16 սմ:

ԱՌԱՐԿԱՅԱՑԱՆԿ

Անկյուններ

- խաչադիր – 13
- համադիր – 14
- միակողմանի – 14
- Աքսիոմ – 6
- զուգահեռ ուղիղների – 17
- տարածաչափության – 6, 7, 8
- Աքսիոմների հետևանքներ – 8

Բազմանիստ – 73

- ուռուցիկ – 73

Բազմանիստի

- գագաթներ – 73
- կողեր – 73
- նիստեր – 73

Բազմանկյուն – 62

- կանոնավոր – 87
- ուռուցիկ – 63

Բազմանկյան

- գագաթներ – 63
- կողմեր – 63
- անկյունագիծ – 63

Բութանկյուն եռանկյուն – 54

Բուրգ – 86

- կանոնավոր – 87, 88

Բուրգի

- բարձրություն – 86
- գագաթ – 86
- կողմնային կողեր – 87
- կողմնային նիստեր – 87
- հարթագիծ – 88
- հիմք – 86

Գագաթ

- բազմանիստի – 73
- բազմանկյան – 62
- բուրգի – 86
- քառանիստի – 38

Եռանկյան

- անկյունների գումար – 53
- բարձրություն – 52
- կիսորդ – 52
- միջնագիծ – 52

Եռանկյուն

- բութանկյուն – 54
- հավասարակողմ – 57
- հավասարասրուն – 56
- ուղղանկյուն – 54
- սուրանկյուն – 54
- տարակողմ – 55

Զուգահեռ

- հարթություններ – 36
- ուղիղներ – 13

Զուգահեռ ուղիղների

- հատկություններ – 17
- հայտանիշներ – 15

Զուգահեռագիծ – 64

- հայտանիշներ – 65
- հատկություններ – 64

Զուգահեռանիստ – 79

Զուգահեռանիստի

- անկյունագիծ – 80
- գագաթներ – 79
- կից նիստեր – 79

- կողեր – 79
- հանդիպակաց նիստեր – 79
- հիմք – 79
- նիստեր – 79

Էլերի բանաձև – 74

Էջ – 54

Թերեմ

- եռանկյան անկյունների գումարի մասին – 53
 - զուգահեռ ուղիղները հատողով հատելիս առաջացած անկյունների մասին – 18
 - զուգահեռանիստի անկյունագծերի հատվելու մասին – 80
 - հավասարասրուն եռանկյան հիմքին առընթեր անկյունների մասին – 57
 - հարթության ուղղահայաց ուղիղների մասին – 43
 - Պյութագորասի – 58
 - Պյութագորասի թերեմին հակադարձ – 58
 - ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյունների գումարի մասին – 55
 - ուղղանկյունանիստի անկյունագծերի մասին – 82
 - ուռուցիկ n-անկյան անկյունների գումարի մասին – 63
- Թեք** – 45

Խաչվող ուղիղներ – 28

Խաչվող ուղիղների

- կազմած անկյուն – 30
 - հայտանիշ – 29
- Խորանարդ** – 82

Կանոնավոր

- բազմանկյուն – 87

- բուրգ – 88

Կանոնավոր բազմանկյան կենտրոն – 88

Կանոնավոր բուրգի հատկություններ – 88

Հայտանիշ

- զուգահեռագծի – 65
 - խաչվող ուղիղների – 29
 - հավասարասրուն եռանկյան – 56
 - հարթությունների զուգահեռության – 37
 - ուղղի և հարթության զուգահեռության – 31
 - ուղղի և հարթության ուղղահայացության – 44
- Հավասարակողմ եռանկյուն** – 57
- Հավասարասրուն եռանկյուն** – 56
- Հատկություն**
- կանոնավոր բուրգի – 88
 - հավասարակողմ եռանկյան – 57
 - հավասարասրուն եռանկյան – 56
 - հավասարասրուն սեղանի – 70
- Հարթությանը զուգահեռ ուղիղ** – 31
- Հարթության ուղղահայաց ուղիղ** – 42
- Հարթություն** – 5

Ներքնաձիգ – 54

Շեղանկյան հատկություններ – 67, 68

Շեղանկյուն – 67

Պյութագորասի թերեմ – 58

Պյութագորասի թերեմին հակադարձ թերեմ – 58

Սեղան – 68

- հավասարասրուն – 69
- ուղղանկյուն – 69

Սեղանի

- կողմնային կողմեր – 68
 - հիմքեր – 68
 - միջին գիծ – 69
- Սուրանկյուն եռանկյուն – 54

Ուղիղ գուգահեռանիստ – 80

Ուղիղներ

- գուգահեռ – 13
- խաչվող – 28

Ուղիղների կազմած անկյուն

- խաչվող – 30
- հատվող – 29

Ուղղանկյան հատկություն – 67

Ուղղանկյուն – 66

Ուղղանկյուն եռանկյան

- էջ – 54
- ներքնաձիգ – 54

Ուղղանկյուն եռանկյուն – 54

Ուղղանկյունանիստ – 81

- հատկություններ – 82
- չափումներ – 82

Ուղղի և հարթության կազմած անկյուն – 45

Ուղղի և հարթության ուղղահայացության հայտանիշ – 44

Ուռուցիկ n-անկյան անկյունների գումարը – 63

Քառանիստ – 38

Քառանիստի

- գագաթ – 38
- կողեր – 38
- նիստեր – 38

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Առաջարան	3
----------------	---

ԳԼՈՒԽ 1. ՈւՂԻՂՆԵՐ, ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ ԵՎ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§1. Տարածաչափության որոշ աքսիոմներ և դրանց որոշ հետևանքներ	5
---	----------

1. Տարածաչափության որոշ աքսիոմներ	5
---	---

2. Աքսիոմների որոշ հետևանքներ.....	8
------------------------------------	---

Հարցեր և խնդիրներ կրկնության համար.....	9
---	---

Հարցեր և խնդիրներ	10
-------------------------	----

§2. Զուգահեռ ուղիղներ	12
------------------------------------	-----------

3. Զուգահեռ ուղիղներ: Ուղիղները հատողով հատելիս առաջացած անկյունները	12
--	----

4. Ուղիղների զուգահեռության հայտանիշները.....	15
---	----

5. Զուգահեռ ուղիղների հատկությունները.....	17
--	----

Հարցեր և խնդիրներ	19
-------------------------	----

§3. Ուղիղների, ուղղի և հարթության փոխդասավորությունը տարածության մեջ	27
---	-----------

6. Հատվող և զուգահեռ ուղիղներ.....	27
------------------------------------	----

7. Խաչվող ուղիղներ, խաչվող ուղիղների հայտանիշը.....	28
---	----

8. Ուղիղների կազմած անկյունը	29
------------------------------------	----

9. Ուղղի և հարթության փոխդասավորությունը.....	30
---	----

Հարցեր և խնդիրներ	33
-------------------------	----

§4. Հարթությունների փոխդասավորությունը	36
10. Զուգահեռ հարթություններ.....	36
11. Քառանիստ	38
Հարցեր և խնդիրներ	39
§5. Ուղղի և հարթության ուղղահայացությունը.....	42
12. Հարթությանն ուղղահայաց ուղիղ.....	42
13. Ուղղի և հարթության ուղղահայացության հայտանիշը	44
14. Ուղղահայաց և թեքեր: Ուղղի և հարթության կազմած անկյունը.....	45
Հարցեր և խնդիրներ	46

ԳԼՈՒԽ II. ԲԱԶՄԱՆԿՅՈՒՆ, ԲԱԶՄԱՆԻՍՏ

§6. Եռանկյուն	51
15. Եռանկյան միջնագծերը, կիսորդները, բարձրությունները ..	51
16. Եռանկյան անկյունների գումարը	53
17. Հավասարասրուն, հավասարակողմ եռանկյուններ	55
18. Պյութագորասի թեորեմը	58
Հարցեր և խնդիրներ	59
§7. Քառանկյուն	62
19. Բազմանկյուն	62
20. Զուգահեռագիծ	64
21. Ուղղանկյուն, շեղանկյուն	66
22. Սեղան	68
Հարցեր և խնդիրներ	70

§8. Բազմանիստ	73
23. Ուռուցիկ և ոչ ուռուցիկ բազմանիստեր	73
24. Էլերի բանաձևը	74
Հարցեր և խնդիրներ	76
§9. Զուգահեռանիստ	78
25. Զուգահեռանիստ	78
26. Ուղղանկյունանիստ	81
Հարցեր և խնդիրներ	83
§10. Բուրգ	86
27. Բուրգ	86
28. Կանոնավոր բուրգ	87
Հարցեր և խնդիրներ	89
 ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ	92
ԱՌԱՐԿԱՅԱՅԱՆԿ	102

Գագիկ Աղեկյան

*Երաշխավորված է ՀՀ կրթության, գիտության,
մշակույթի և սպորտի նախարարության կողմից*

ԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ 10

**Հիմնական և նպատակային
ծրագրերի համար**

**Սրբագրիչ՝ Մարգարիտ Արիստակեսյան
Համակարգչային ձևավորումը՝ Հեղինե Փիլոյանի
Կազմի ձևավորումը՝ Հայկազ Օհանյանի**



ԷԴԻՓ ՊՐԻՆՏ
Երևան, Դ. Մալյան 43
հեռ.՝ (374 10) 520 848
www.editprint.am
info@editprint.am

Չափսը՝ 100x70 1/16, թուղթը՝ օֆսեթ:

Ծավալը՝ 6,75 մամուլ:

Տպաքանակը