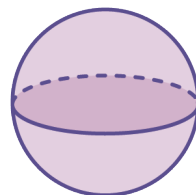
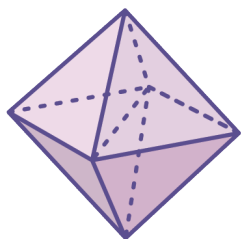
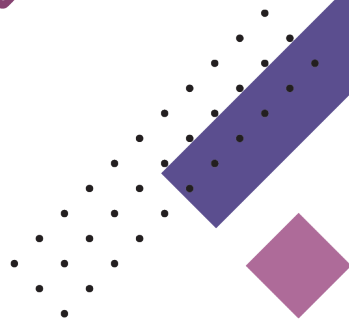
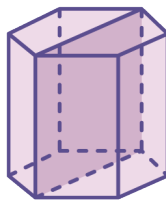


ԵՐԿՐԱԳԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԵՆՐԱՅԻՆ ԾՐԱԳԻՐ

ԳԼԳԻԿ ԱՌԵԿՎԱՆ



Երևան - 2025

ՀՏԴ 373:514(075.3)

ԳՄԴ 22.151g72

Ա 481

*Երաշխավորված է ՀՀ կրթության, գիտության,
մշակույթի և սպորտի նախարարության կողմից*

Աղեկյան Գագիկ

Ա 481 Երկրաչափություն 12 (12-րդ դասարանի դասագիրք) / Գ. Աղեկյան.- Եր.: Էդիթ
Պրինտ, 2025.- 48 էջ:

ՀՏԴ 373:514(075.3)

ԳՄԴ 22.151g72

ISBN 978-9939-40-064-8

© Էդիթ Պրինտ, 2025

© Գ. Աղեկյան, 2025

Սիրելի տասներկուերորդ դասարանցի

Քանի որ Դուք երկրաչափություն ուսումնասիրում եք ավագ դպրոցի «Հենքային» ծրագրով, այս կիսամյակով կավարտեք դրա ուսումնասիրումը:

Ինչպես գիտեք, ավագ դպրոցի «Խորացված» և «Հենքային» ծրագրերը խիստ տարբեր են, մասնավորապես, 12-րդ դասարանում առաջին ծրագրի համար տարեկան նախատեսված է 102 ժամ (երկու կիսամյակ), իսկ երկրորդ ծրագրի համար՝ 16 ժամ (մեկ կիսամյակ):

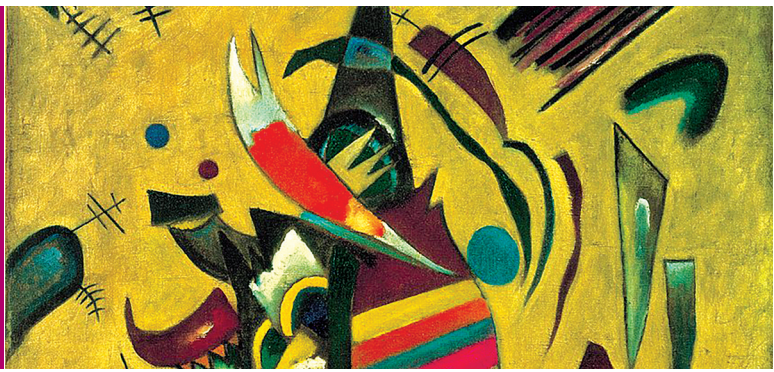
Ձեր ընտրած «Հենքային» ծրագրով նախատեսված 16 ժամից 4 ժամը թեմատիկ ամփոփիչ աշխատանքների ու կրկնության համար է: Դա լավ հնարավորություն է անցածը կրկնելու և ավարտական քննությանը նախապատրաստվելու համար:

Մնացած ժամերը նախատեսված են «Բազմանիստի ծավալը» և «Պոտտական մարմինների ծավալները» թեմաների համար: Այդ թեմաների և կրկնության համար նախատեսված առաջադրանքների մեծ մասը բարդ չէ, իսկ մնացածներն ունեն ցուցումներ:

Նախատեսված թեմաների ուսումնասիրումն ու յուրացումը Ձեզ կօգնեն նաև առօրյա կյանքում ու կենցաղում, քանի որ մարմինների ծավալները հաշվելու հմտություններն ունեն նաև գործնական նշանակություն: Դրանում կհամոզվեք՝ լուծելով դասագրքում ներկայացված բազմաթիվ կիրառական խնդիրներ:

Ուրեմն պետք չէ բաց թողնել այդ հնարավորությունը:

Հաջողություն



ԲԱԶՄԱՆԻՍԻ ԾԱՎԱԼԸ



Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Կվերհիշեք ծավալի միավորները, կիմանաք ծավալի հիմնական հատկությունները: Դրանք կկիրառեք խնդիրներ լուծելիս:
- Կվերհիշեք խորանարդի, ուղղանկյունանիստի ծավալների բանաձևերը: Դրանք կկիրառեք խնդիրներ լուծելիս:
- Կսովորեք պրիզմայի և բուրգի ծավալների բանաձևերը: Դրանք կկիրառեք խնդիրներ լուծելիս:

§1. Ծավալի գաղափարը: Ուղղանկյունանիստի ծավալը

□ 1. Ծավալի գաղափարը: Ծավալի հիմնական հատկությունները

Խորանարդի և ուղղանկյունանիստի, դրանց ծավալները հաշվելու բանաձևերի ու ծավալի միավորների հետ Դուք ծանոթացել եք 5-րդ դասարանում:

Մարմնի ծավալը դրա զբաղեցրած տարածության մասի քանակական բնութագիրն է:

Մարմնի ծավալը չափվում է հատվածի, անկյան կամ մակերեսի չափմանը համանման ձևով, այսինքն՝ ընտրվում է չափման միավոր և պարզվում է, թե ընտրված միավորն ու դրա մասերը քանի անգամ են տեղավորվում տրված մարմնի մեջ:

Որպես ծավալի միավոր ընտրում են այն խորանարդը, որի կողմը հավասար է երկարության չափման միավորին:

Օրինակ, եթե երկարության չափման միավոր ընտրված է մետրը, ապա ծավալի չափման միավոր ընդունում են 1 մ կողմով խորանարդը: Այդպիսի միավորը կոչվում է **խորանարդ մետր** (մ^3): Համապատասխան ձևով սահմանվում են դմ³-ը և սմ³-ը:

Մարմնի ծավալը օժտված է հետևյալ հատկություններով.

1. **Մարմնի ծավալը դրական թիվ է:**
2. **Հավասար մարմինների ծավալները հավասար են:**
3. **Եթե մարմինը տրոհված է մի քանի մարմինների, ապա դրա ծավալը հավասար է այդ մարմինների ծավալների գումարին:**

Ինչպես հատվածի երկարությունը, անկյան մեծությունը, պատկերի մակերեսը արտահայտող թվերը կախված են համապատասխան չափման միավորի ընտրությունից, այնպես էլ մարմնի ծավալն արտահայտող թիվը կախված է ծավալի չափման միավորի ընտրությունից: Այդ պատճառով, եթե, օրինակ, որպես ծավալի չափման միավոր ընտրված է մ^3 -ը, ապա մարմնի ծավալն արտահայտող թվի կողքին գրում են մ^3 :

Ներկայացնենք ծավալի տարբեր միավորների միջև եղած կապերը.

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ մ}^3 = 1000 \text{ դմ}^3, & 1 \text{ մ}^3 = 1000000 \text{ սմ}^3, \\ 1 \text{ դմ}^3 = 1000 \text{ սմ}^3, & 1 \text{ սմ}^3 = 1000 \text{ մմ}^3, \\ 1 \text{ Լ} = 1 \text{ դմ}^3, & 1 \text{ Լ} = 1000 \text{ սմ}^3: \end{array}$$

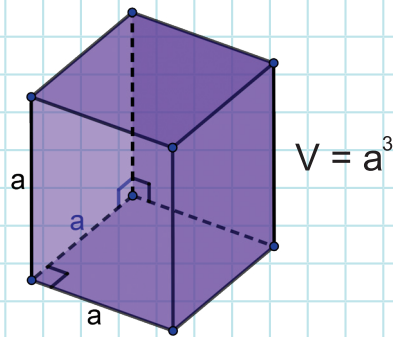
□ 2. Ուղղանկյունանիստի ծավալը

Փաստորեն, մարմնի ծավալը գտնելու համար պետք է պարզել, թե միավոր խորանարդը և դրա մասերը քանի անգամ են տեղավորվում մարմնի մեջ: Բայց խնդիրներ լուծելիս և գործնականում այդ տարբերակը հարմար չէ:

Ներկայացնենք բանաձևեր, որոնք հնարավորություն կտան գտնելու Ձեզ ծանոթ մարմինների ծավալները՝ իմանալով մարմնի որոշ տարրեր:

Այդպիսի բանաձևերի ներկայացումը սկսենք խորանարդից.

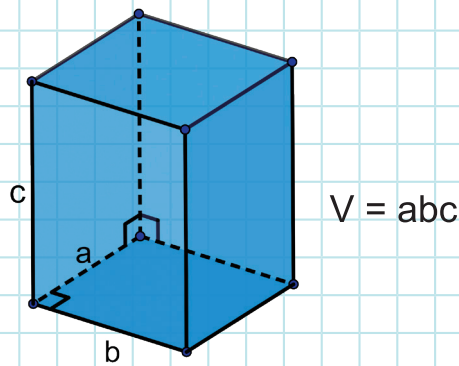
Թեորեմ: **a** կողով խորանարդի ծավալը՝ $V = a^3$ (նկ. 1):



Նկար 1

Հաջորդ բանաձևը ուղղանկյունանիստի ծավալի բանաձևն է.

Թեորեմ: Ուղղանկյունանիստի ծավալը հավասար է դրա երեք չափումների արտադրյալին՝ $V = abc$ (նկ. 2):



Նկար 2



Ինտերակտիվ մոդել

Ուղղանկյունանիստի ծավալը



Հարցեր և խնդիրներ

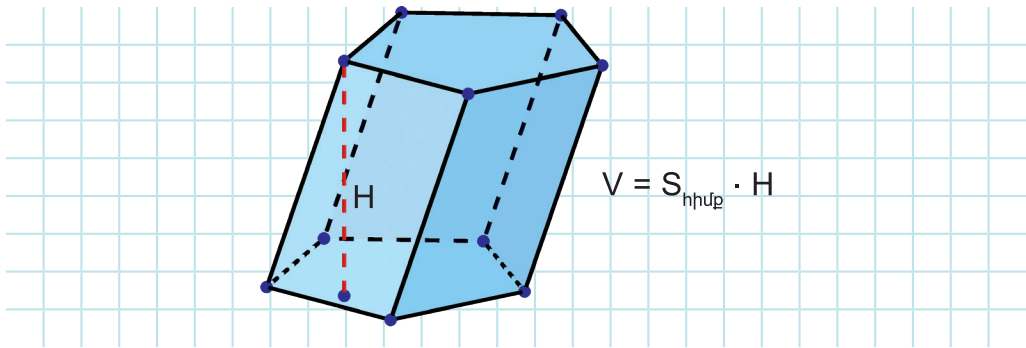
1. Մարմինը, որի ծավալը 90 սմ^3 է, բաժանվել է 6 հավասար մասերի: Գտնք ստացված մասերից մեկի ծավալը:
2. Սառցաբեկորը բաժանվել է երեք մասի, որոնց ծավալները հարաբերում են, ինչպես 2:2:3: Գտնք սառցաբեկորի ծավալը, եթե մեծ կտորի ծավալը 300 սմ^3 է:
3. Խորանարդի կողը 10 սմ է: Գտնք դրա ծավալը:
4. Խորանարդի ծավալը 64 դմ^3 է: Գտնք խորանարդի կողը:
5. Խորանարդի կողերը մեծացրին 2 անգամ: Քանի անգամ մեծացավ դրա ծավալը:
6. Խորանարդը, որի կողի երկարությունը 9 սմ է, բաժանել են 27 հավասար խորանարդիկների: Գտնք ստացված խորանարդիկներից մեկի ծավալը:
7. 3 սմ , 4 սմ , 5 սմ կողերով երեք մետաղական խորանարդ վերածուլեցին և ստացան մեկ խորանարդ: Գտնք ստացված խորանարդի կողը:
8. Ջրի խորանարդաձև բաքի կողը 1 մ է: Քանի անգամվա լողանալու կհերիքի բաքի ջուրը, եթե մեկ անգամ լողանալու համար ծախսվում է 80 և ջուր :
9. Եթե խորանարդի ամեն մի կողը մեծացնեն 1 մ-ով , ապա դրա ծավալը կմեծանա 125 անգամ: Գտնք խորանարդի կողը:
10. Գտնք 5 սմ , 7 սմ , 8 սմ չափումներով ուղղանկյունանիստի ծավալը:
11. Ուղղանկյունանիստի չափումները հարաբերում են, ինչպես $4:5:6$, իսկ ծավալը 960 դմ^3 է: Գտնք ուղղանկյունանիստի չափումները:
12. Ուղղանկյունանիստի ձև ունեցող 25 սմ , 12 սմ , $8,8 \text{ սմ}$ չափումներով աղյուսի զանգվածը $4,62 \text{ կգ}$ է: Գտնք աղյուսի խտությունը:
13. Ուղղանկյունանիստի ձև ունեցող աղբամանի չափումները 1 մ , $1,4 \text{ մ}$ և $0,8 \text{ մ}$ են: Այդպիսի քանի աղբաման պետք է տեղադրել 60 բնակարան ունեցող բազմաբնակարան շենքի մոտ, որ բավականացնի մեկ օրվա աղբի համար, եթե միջինում մեկ բնակարանից մեկ օրում հեռացվող աղբը 16 դմ^3 է:

14. Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի ծավալը, եթե դրա անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը 45° է, իսկ հիմքի կողմերը 6 սմ և 8 սմ են:
15. Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի ծավալը, եթե դրա անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը 60° է, իսկ հիմքի կողմերը 4 դմ և 3 դմ են:
16. Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի ծավալը, եթե դրա անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը 30° է, իսկ հիմքի կողմերը $2\sqrt{2}$ սմ և 4 սմ են:
17. Ուղղանկյունանիստի կողմերի երկարությունները հարաբերում են, ինչպես $\sqrt{2} : \sqrt{3} : 2$, իսկ անկյունագիծը $\sqrt{54}$ սմ է: Գտե՛ք այդ ուղղանկյունանիստի ծավալը:
18. Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի ծավալը, եթե դրա անկյունագծային հատույթի մակերեսը 50 դմ² է, կողմնային կողը՝ 1 դմ, իսկ հիմքի կողմերի երկարությունների հարաբերությունը՝ 3:4:
19. Ուղղանկյունանիստի ծավալը 4320 սմ³ է, իսկ կողմնային կողը՝ 18 սմ: Գտե՛ք ուղղանկյունանիստի կողմնային մակերևույթի մակերեսը, եթե հիմքի կողմերը հարաբերում են, ինչպես 3:5:
20. Ուղղանկյունանիստի հիմքի կողմերից մեկը չորս անգամ մեծ է մյուսից, իսկ կողմնային կողի երկարությունը հավասար է հիմքի պարագծի կեսին: Գտե՛ք այդ ուղղանկյունանիստի ծավալը, եթե դրա կողմնային մակերևույթի մակերեսը 50 սմ² է:

§ 3. Պրիզմայի ծավալը

Հաջորդ բազմանիստը, որի ծավալի բանաձևը կներկայացնենք, պրիզման է:

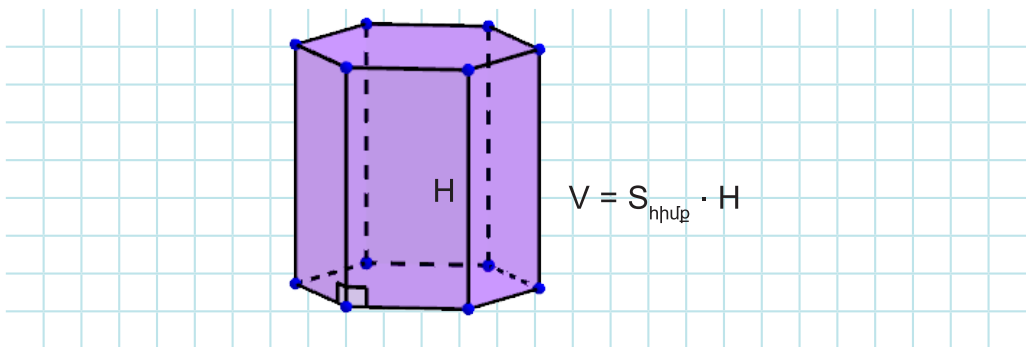
Թեորեմ: Պրիզմայի ծավալը հավասար է դրա հիմքի մակերեսի և բարձրության արտադրյալին՝ $V = S_{\text{հիմք}} \cdot H$ (նկ. 3):



Նկար 3

Պրիզմայի ծավալի բանաձևից հետևում է, որ.

Հետևանք: Ուղիղ կամ կանոնավոր պրիզմայի ծավալը հավասար է կողմնային կողի և հիմքի մակերեսի արտադրյալին՝ $V = S_{\text{հիմք}} \cdot H$ (նկ. 4):



Նկար 4

Նկատենք, որ խորանարդի և ուղղանկյունանիստի ծավալների բանաձևերը կարելի է մեկնաբանել, որպես դրանց հիմքի մակերեսի և կողմնային կողի արտադրյալ: Դա սպասելի էր, քանի որ դրանք ուղղի պրիզմաներ են:

Ներկայացնենք նաև թեք պրիզմայի ծավալի մեկ այլ բանաձև.

Թեք պրիզմայի ծավալը հավասար է դրա կողմնային կողի և այն հատույթի մակերեսի արտադրյալին, որն ուղղահայաց է կողմնային կողին և հատում է բոլոր կողմնային կողերը (տես ներքևի ինտերակտիվ մոդելը):



Ինտերակտիվ մոդել

Թեք պրիզմայի ծավալը



Հարցեր և խնդիրներ

21. Թեք պրիզմայի հիմքի մակերեսը 20 սմ^2 է, իսկ բարձրությունը՝ 12 սմ : Գտեք պրիզմայի ծավալը:
22. Թեք պրիզմայի ծավալը 60 սմ^3 է, իսկ հիմքի մակերեսը՝ 15 սմ^2 : Գտեք պրիզմայի բարձրությունը:
23. Ուղիղ եռանկյուն պրիզմայի հիմքը 6 սմ և 8 սմ էջերով ուղղանկյուն եռանկյուն է, իսկ բարձրությունը 15 սմ է: Գտեք պրիզմայի ծավալը:
24. Գտեք կանոնավոր վեցանկյուն և կանոնավոր եռանկյուն պրիզմաների ծավալների հարաբերությունը, եթե դրանց բարձրությունները և հիմքի կողմերը համապատասխանաբար հավասար են:
25. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը ուղղանկյուն եռանկյուն է, որի էջերի երկարությունները հարաբերում են, ինչպես $3:4$: Պրիզմայի կողմնային կողը 14 սմ է, իսկ կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ 1176 սմ^2 : Գտեք պրիզմայի ծավալը:
26. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը 32 դմ^2 է, լրիվ մակերևույթի մակերեսը՝ 40 դմ^2 : Գտեք պրիզմայի ծավալը:
27. Կանոնավոր եռանկյուն պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը 72 սմ^2 է, իսկ հիմքի կողմը կողմնային կողից փոքր է 2 սմ -ով:

Գտնք պրիզմայի ծավալը:

28. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը եռանկյուն է, որի կողմերը 5 սմ, 12 սմ և 13 սմ են: Գտնք պրիզմայի ծավալը, եթե դրա կողմնային կողը հավասար է հիմքի եռանկյան մեծ բարձրությանը:
29. Կանոնավոր վեցանկյուն և կանոնավոր եռանկյուն պրիզմաների ծավալները հավասար են: Համեմատե՛ք դրանց կողմնային մակերևույթների մակերեսները, եթե դրանց բարձրություններն էլ են հավասար:
30. Կանոնավոր վեցանկյուն և կանոնավոր քառանկյուն պրիզմաների ծավալները հավասար են: Համեմատե՛ք դրանց կողմնային մակերևույթների մակերեսները, եթե դրանց բարձրություններն էլ են հավասար:
31. Կանոնավոր եռանկյուն պրիզմայի կողմնային կողը հավասար է հիմքի բարձրությանը, իսկ դրանցով տարված հատույթի մակերեսը 12 սմ² է: Գտնք պրիզմայի ծավալը:
32. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը ուղղանկյուն եռանկյուն է: Պրիզմայի հինգ կողերը a են, իսկ մնացած չորս կողերը իրար են հավասար: Գտնք պրիզմայի ծավալը:
33. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը հավասարասրուն եռանկյուն է, որի հիմքը 18 սմ է: Պրիզմայի ծավալը 756 սմ³ է, իսկ կողմնային կողը՝ 7 սմ: Գտնք պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
34. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի անկյունագիծը 14 սմ է, իսկ կողմնային նիստի անկյունագիծը՝ 10 սմ: Գտնք պրիզմայի ծավալը:
35. Կանոնավոր վեցանկյուն պրիզմայի մեծ անկյունագծային հատույթը հավասարամեծ է հիմքին, որի կողմը 6 սմ է: Գտնք այդ պրիզմայի ծավալը:
36. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը շեղանկյուն է, որի անկյունագծերը 12 սմ և 16 սմ են: Գտնք պրիզմայի ծավալը, եթե դրա լրիվ մակերևույթի մակերեսը 792 սմ² է:
37. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը շեղանկյուն է, որի մեծ անկյունագիծը 48 սմ է: Պրիզմայի կողմնային կողը 15 սմ է, իսկ կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ 1560 սմ²: Գտնք պրիզմայի ծավալը:
38. Ուղիղ եռանկյուն պրիզմայի ծավալը 24 դմ³ է, բարձրությունը 4 դմ է: Գտնք պրիզմայի հիմքի կողմերը, եթե կողմնային նիստերի մակերեսները հարաբերում են, ինչպես 5:5:6:

39. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը 60° անկյունով շեղանկյուն է: Պրիզմայի մեծ անկյունագծի երկարությունը 8 դմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտեք պրիզմայի ծավալը:
40. Թեք պրիզմայի ծավալը 120 սմ^3 է, իսկ կողմնային կողը՝ 8 սմ: Գտեք պրիզմայի այն հատույթի մակերեսը, որն ուղղահայաց է կողմնային կողին և հատում է բոլոր կողմնային կողերը:



Խմբային աշխատանք

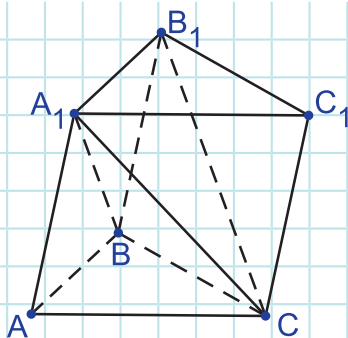
Դասարանի աշակերտներին բաժանեք երկու խմբի: Խմբով թող քննարկեն հետևյալ հարցը և ներկայացնեն իրենց եզրակացություններն ու հիմնավորումները.

Մեղուները ավելի շատ, թե՞ քիչ աշխատանք կանեին մեղրահացի վանդակները պատրաստելու համար, եթե դրանք լինեին քառանկյուն կամ եռանկյուն կանոնավոր պրիզմաների տեսքով:



§ 4. Բուրգի ծավալը

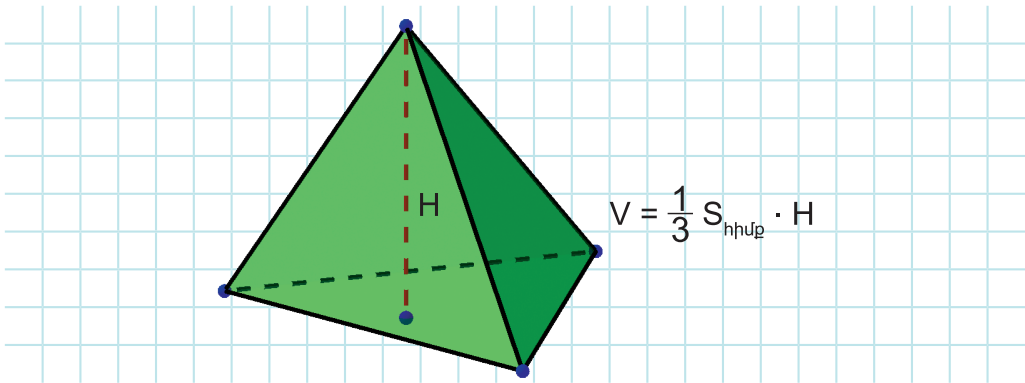
Դիտարկենք $ABCA_1B_1C_1$ պրիզման ու A_1ABC բուրգը (նկ. 5): Ակնհայտ է, որ բուրգի ծավալը փոքր է պրիզմայի ծավալից: Ավելին՝ $ABCA_1B_1C_1$ պրիզմայի ծավալը 2-ից ավելի անգամ մեծ է A_1ABC բուրգի ծավալից (մտածե՛ք, թե ինչու):



Նկար 5

Պարզվում է, որ այդ հարաբերությունն ուղիղ 3 է:

Թեորեմ: Բուրգի ծավալը հավասար է հիմքի մակերեսի և բարձրության արտադրյալի մեկ երրորդին. $V = \frac{1}{3} S_h \cdot H$ (նկ. 6):



Նկար 6

Հիշեցնենք նաև a կողմով կանոնավոր եռանկյան մակերեսի $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

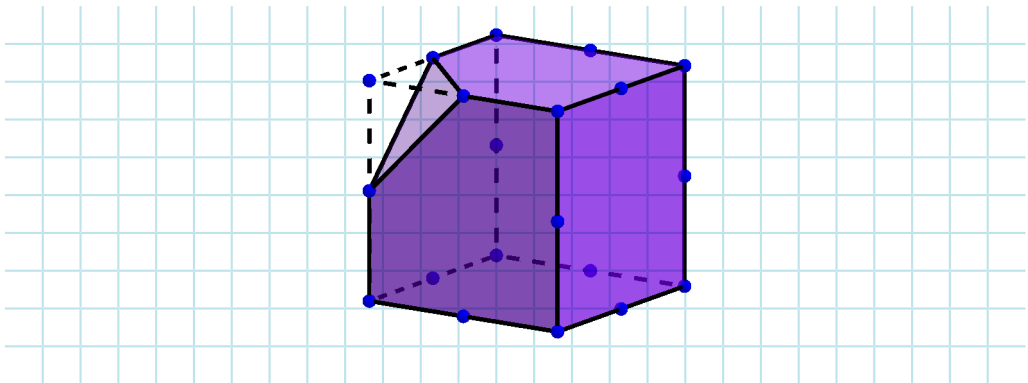
և b կողմով կանոնավոր վեցանկյան մակերեսի $S = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} b^2$ բանաձևերը, որոնցից կօգտվեք կանոնավոր եռանկյուն և վեցանկյուն բուրգերի հիմքերի մակերեսները հաշվելու համար:



Հարցեր և խնդիրներ

41. Բուրգի հիմքի մակերեսը 40 սմ^2 է, իսկ բարձրությունը՝ 6 սմ : Գտնեք բուրգի ծավալը:
42. Բուրգի ծավալը 120 սմ^3 է, հիմքի մակերեսը՝ 90 սմ^2 : Գտնեք բուրգի բարձրությունը:
43. Քառանկյուն բուրգի հիմքը 5 դմ կողմով քառակուսի է, իսկ բարձրությունը 6 դմ է: Գտնեք բուրգի ծավալը:

44. MABCD բուրգի հիմքը ուղղանկյուն է: Համեմատե՛ք MABD և MBCD բուրգերի ծավալները:
45. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի ծավալը քանի՞ անգամ է մեծ $B_1 ACD$ բուրգի ծավալից:
46. Եռանկյուն բուրգի հիմքը 10 սմ, 10 սմ, 12 սմ կողմերով եռանկյուն է, իսկ բարձրությունը 7 սմ է: Գտե՛ք բուրգի ծավալը:
47. Գտե՛ք 9 սմ երկարությամբ և իրար փոխուղղահայաց կողմնային կողերով եռանկյուն բուրգի ծավալը:
48. 12 սմ կողով խորանարդից կտրել հեռացրել են ութ եռանկյուն բուրգ, որոնց գագաթները խորանարդի գագաթներն են, իսկ հիմքերի գագաթները՝ խորանարդի նույն գագաթից ելնող կողմնային կողերի միջնակետերը: Նկար 7-ում հեռացված է այդ բուրգերից միայն մեկը: Գտե՛ք մնացած մասի ծավալը:



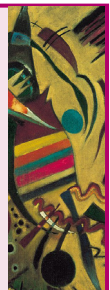
Նկար 7

49. Գտե՛ք կանոնավոր եռանկյուն բուրգի ծավալը, եթե դրա բարձրությունը 6 դմ է, իսկ հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը՝ 3 դմ:
50. Գտե՛ք կանոնավոր եռանկյուն բուրգի ծավալը, եթե դրա բարձրությունը $8\sqrt{3}$ սմ է, իսկ կողմնային կողը՝ 14 սմ:
51. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը 3 սմ է, իսկ հիմքի և հարթագծի կազմած անկյունը՝ 30° : Գտե՛ք բուրգի ծավալը:
52. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը 2 դմ է, իսկ հիմքի և հարթագծի կազմած անկյունը՝ 60° : Գտե՛ք բուրգի ծավալը:

53. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը $4\sqrt{3}$ սմ է, իսկ կողմնային կողը հիմքի հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտե՛ք բուրգի ծավալը:
54. Կանոնավոր եռանկյուն բուրգի հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը 4 սմ է, իսկ կողմնային կողը հիմքի հետ կազմում է 60° անկյուն: Գտե՛ք բուրգի ծավալը:
55. Գտե՛ք կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ծավալը, եթե դրա հիմքի կողմը $3\sqrt{2}$ դմ է, իսկ կողմնային կողի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը՝ 45° :
56. Գտե՛ք կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ծավալը, եթե դրա հիմքի կողմը 2 սմ է, իսկ անկյունագծային հատույթի մակերեսը՝ $3\sqrt{2}$ սմ²:
57. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը 6 սմ է, իսկ հարթագիծը հիմքի հարթության հետ կազմում է 30° անկյուն: Գտե՛ք բուրգի ծավալը:
58. Գտե՛ք կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ծավալը, եթե դրա հիմքի կողմը 6 սմ է, իսկ կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ 60 սմ²:
59. Գտե՛ք կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ծավալը, եթե դրա կողմնային կողը 8 սմ է, իսկ գագաթի հարթ անկյունը՝ 60° :
60. Կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը 2 դմ է, իսկ կողմնային կողը հիմքի հետ կազմում է 60° անկյուն: Գտե՛ք բուրգի ծավալը:
61. Կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի հիմքի կողմը 8 սմ է, իսկ հիմքի և հարթագծի կազմած անկյունը՝ 45° : Գտե՛ք բուրգի ծավալը:

Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Վերհիշեցի՞ք ծավալի միավորները, իմացա՞ք ծավալի հիմնական հատկությունները: Դրանք կիրառեցի՞ք խնդիրներ լուծելիս:
- Վերհիշեցի՞ք խորանարդի, ուղղանկյունանիստի ծավալների բանաձևերը: Դրանք կիրառեցի՞ք խնդիրներ լուծելիս:
- Սովորեցի՞ք պրիզմայի, բուրգի ծավալների բանաձևերը: Դրանք կիրառեցի՞ք խնդիրներ լուծելիս:





ՊՏՏԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ԾԱՎԱԼՆԵՐԸ

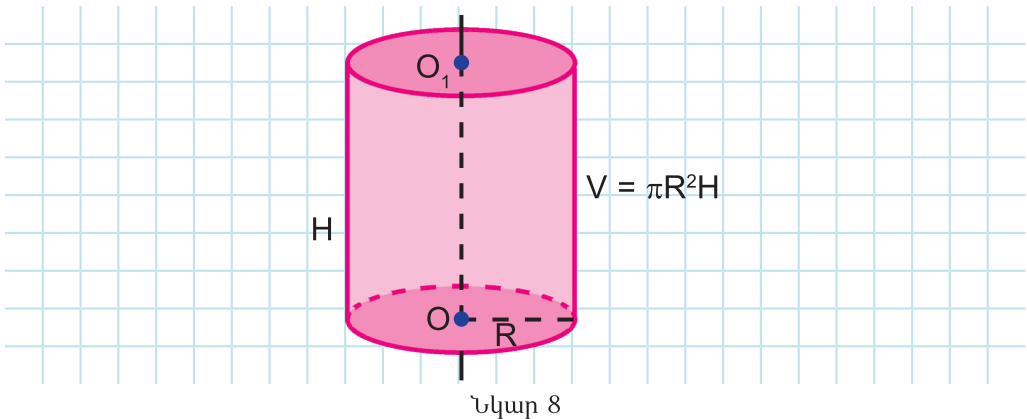


Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Կսովորեք պտտական մարմինների՝ գլանի, կոնի, գնդի ծավալների բանաձևերը: Կլուծեք դրանց հետ կապված խնդիրներ:

§ 5. Գլանի ծավալը

Թեորեմ: Գլանի ծավալը հավասար է հիմքի մակերեսի և բարձրության արտադրյալին՝ $V = \pi R^2 \cdot H$ (նկ. 8):



Նկատենք, որ գլանի և պրիզմայի ծավալների մասին թեորեմները նույն ձևակերպումներն ունեն: Տարբերությունն այն է, որ տարբեր պրիզմաների հիմքերը կարող են լինել իրարից շատ տարբեր բազմանկյուններ, իսկ գլանների հիմքերը շրջաններ են: Հետևաբար բոլոր գլանների համար՝ $S_{\text{հիմք}} = \pi R^2$, որտեղ R -ը գլանի հիմքի շառավիղն է:



Հարցեր և խնդիրներ

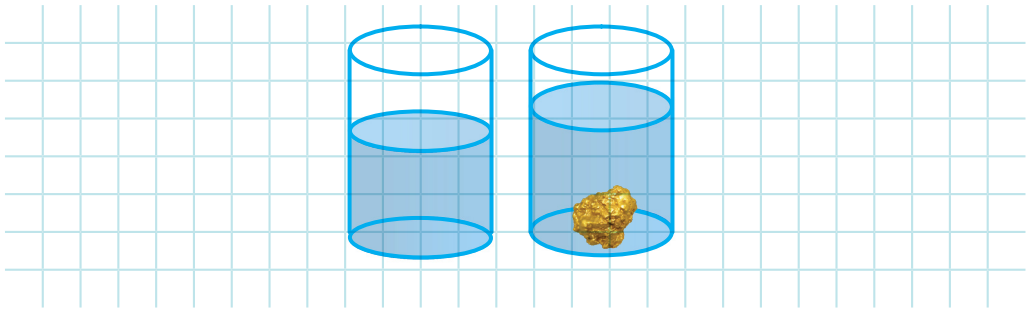
62. Գլանի հիմքի շառավիղը 6 սմ է, իսկ բարձրությունը՝ 10 սմ: Գտնք գլանի ծավալը:
63. Գտնք 294π սմ³ ծավալով գլանի բարձրությունը, եթե դրա հիմքի շառավիղը 7 սմ է:
64. Քանի՞ անգամ կմեծանա գլանի ծավալը, եթե դրա բարձրությունը մեծացնեն երեք անգամ:
65. Քանի՞ անգամ կմեծանա գլանի ծավալը, եթե դրա հիմքի շառավիղը մեծացնեն երեք անգամ:
66. Արևային ջրատաքացուցիչի բաքը գլանաձև է (նկ. 9), որի հիմքի շառավիղը 20 սմ է, իսկ երկարությունը (գլանի բարձրությունը)՝ 1,6 մ: Քանի՞ մարդու լողանալու համար կբավականացնի այդ ջրատաքացուցիչի ջուրը, եթե մեկ մարդը լողանալիս ծախսում է 65 լ ջուր:



Նկար 9

67. Գլանի առանցքային հատույթի անկյունագիծը 16 դմ է և հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն: Գտնք գլանի ծավալը:
68. Խոտի գլանաձև դեզի հիմքի շառավիղը 90 սմ է, իսկ բարձրությունը՝ 1,2 մ: Քանի՞ օր կբավականացնի խոտը երեք կով կերակրելու համար, եթե մեկ կովն օրական ուտում է 6 կգ խոտ, իսկ խոտի խտությունը $0,03$ գ/սմ³ է:
69. 8 սմ և 6 սմ կից կողմերով ուղղանկյունը մեկ անգամ պտտել են 8 սմ երկարությամբ կողմը պարունակող ուղղի շուրջը, երկրորդ անգամ՝ 6 սմ երկարությամբ կողմը պարունակող ուղղի շուրջը: Ստացված գլաններից որի՞ ծավալն է մեծ և ինչքան:

70. 25 մ երկարությամբ պղնձե հաղորդալարի զանգվածը 100,7 գ է: Գտնեք հաղորդալարի տրամագիծը, եթե պղնձի խտությունը $8,94 \text{ գ/սմ}^3$ է:
71. Երկաթե խողովակի երկարությունը 3 մ է, արտաքին տրամագիծը՝ 5,08 սմ, պատի հաստությունը՝ 3 մմ: Գտնեք խողովակի զանգվածը, եթե երկաթի խտությունը $7,8 \text{ գ/սմ}^3$ է:
72. Երբ ոսկու ձուլակտորը դրեցին գլանաձև անոթի մեջ, որում ջուր էր լցված, ջրի մակարդակն անոթում բարձրացավ 0,4 սմ-ով (նկ. 10): Գտնեք ձուլակտորի զանգվածը, եթե անոթի հիմքի շառավիղը 4 սմ է, իսկ ոսկու խտությունը՝ $19,3 \text{ գ/սմ}^3$:



Նկար 10

73. Գլանաձև բաժակի բարձրությունը և հիմքի շառավիղը համապատասխանաբար երկու անգամ փոքր են գլանաձև սափորի բարձրությունից և հիմքի շառավղից: Քանի՞ բաժակ ջուր է տանում սափորը:
74. Քանի՞ տոննա բենզին կարելի է տեղափոխել նկար 11-ի 12 գլանաձև ցիստեռնով, եթե դրանց հիմքի շառավիղը 1,6 մ է, երկարությունը (գլանի բարձրությունը)՝ 6 մ, իսկ բենզինի խտությունը՝ $0,75 \text{ գ/սմ}^3$:

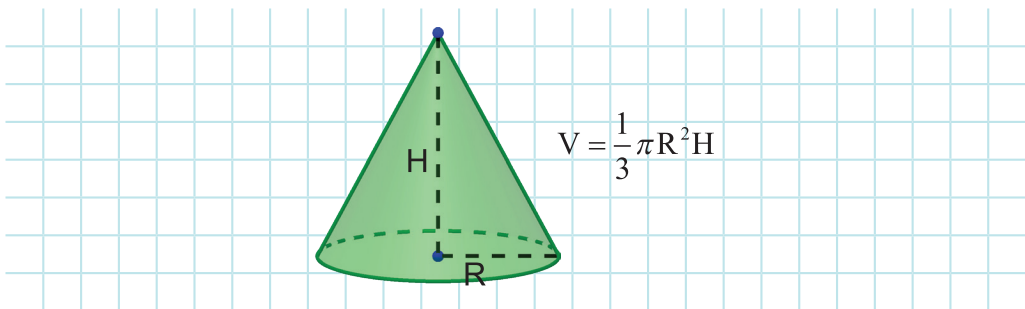


Նկար 11

75. Գլանաձև բաժակում, որի մեջ հյուսթ էր լցված, դրել են տասը կտոր 1 սմ կողով խորանարդաձև սառցակտոր: Սառույցի հալվելուց հետո սկզբնականի հետ համեմատած ինչքա՞ն կբարձրանա ջրի մակարդակը բաժակում, եթե բաժակի հիմքի շառավիղը 3 սմ է:
76. Գլանի ծավալը 250π սմ³ է, իսկ բարձրությունը՝ 10 սմ: Գտե՛ք գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
77. Գլանի հիմքի մակերեսը 25π դմ² է, իսկ առանցքային հատույթի մակերեսը՝ 60 դմ²: Գտե՛ք գլանի ծավալը:
78. Գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը 456π սմ² է, իսկ բարձրությունը՝ 7 սմ: Գտե՛ք գլանի ծավալը:
79. Գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը 192π դմ² է, իսկ բարձրությունը 4 դմ-ով մեծ է հիմքի շառավիղից: Գտե՛ք գլանի ծավալը:
80. Գլանի հիմքի շառավիղը երեք անգամ փոքր է բարձրությունից, իսկ լրիվ մակերևույթի մակերեսը 288π սմ² է: Գտե՛ք գլանի ծավալը:
81. Գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը երկու անգամ մեծ է հիմքի մակերեսից, իսկ լրիվ մակերևույթի մակերեսը 500π սմ² է: Գտե՛ք գլանի ծավալը:

§ 6. Կոնի ծավալը

Կոնի ծավալը հավասար է հիմքի մակերեսի և բարձրության արտադրյալի մեկ երրորդին՝ $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot H$ (նկ. 12):



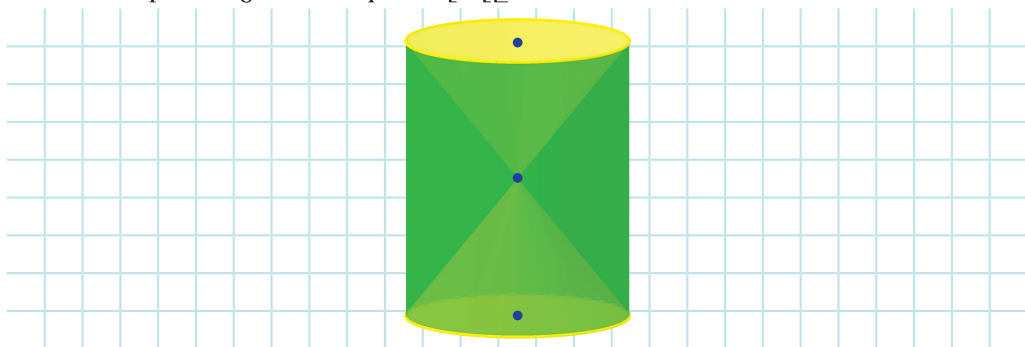
Նկար 12

Նկատենք, որ կոնի և բուրգի ծավալների մասին թեորեմները նույն ձևակերպումներն ունեն: Տարբերությունն այն է, որ տարբեր բուրգերի հիմքերը կարող են լինել իրարից շատ տարբեր բազմանկյուններ, իսկ կոնների հիմքերը շրջաններ են: Հետևաբար բոլոր կոնների համար՝ $S_{\text{հիմք}} = \pi R^2$, որտեղ R -ը կոնի հիմքի շառավիղն է:



Հարցեր և խնդիրներ

82. Կոնի հիմքի շառավիղը 8 սմ է, իսկ բարձրությունը՝ 9 սմ: Գտնեք կոնի ծավալը:
83. Գտնեք 162π սմ³ ծավալով կոնի բարձրությունը, եթե դրա հիմքի շառավիղը 9 սմ է:
84. Կոնի ծնորդը 12 դմ է, իսկ ծնորդի ու հիմքի հարթության կազմած անկյունը՝ 30° : Գտնեք կոնի ծավալը:
85. Քանի՞ անգամ կմեծանա կոնի ծավալը, եթե դրա բարձրությունը մեծացնեն չորս անգամ:
86. Քանի՞ անգամ կմեծանա կոնի ծավալը, եթե դրա հիմքի շառավիղը մեծացնեն չորս անգամ:
87. Գլանի մեջ դրել են կոն, որի հիմքը համընկնում է գլանի հիմքի հետ, իսկ բարձրությունը հավասար է գլանի բարձրության կեսին: Գլանի ծավալի ո՞ր մասն է ազատ մնացել:
88. Գլանից, որի հիմքի շառավիղը 16 սմ է, իսկ բարձրությունը՝ 24 սմ, փորել հեռացրել են երկու կոն, որոնց հիմքերը համընկնում են գլանի հիմքերի հետ, իսկ բարձրությունները 12 սմ են (նկ. 13): Գտնեք մնացած մասի ծավալը:



Նկար 13

89. Գտնք կոնի ծնորդը, եթե դրա ծավալը 16π սմ³ է, իսկ հիմքի շառավիղը՝ 4 սմ:
90. 6 դմ և 8 դմ էջերով ուղղանկյուն եռանկյունը պտտել են 6 դմ երկարությամբ կողմը պարունակող ուղղի շուրջը: Գտնք ստացված կոնի ծավալը:
91. Կոնի առանցքային հատույթը կանոնավոր եռանկյուն է, որի պարագիծը 24 սմ է: Գտնք կոնի ծավալը:
92. Կոնի առանցքային հատույթը 5 սմ, 5 սմ, 8 սմ կողմերով եռանկյուն է: Գտնք կոնի ծավալը:
93. Կոնի կողմնային մակերևույթի մակերեսը 15π սմ² է, իսկ հիմքի մակերեսը՝ 9π սմ²: Գտնք կոնի ծավալը:
94. Գտնք կոնի ծնորդի և դրա հիմքի հարթության կազմած անկյունը, եթե կոնի հիմքի շառավիղը $\sqrt{27}$ սմ է, իսկ ծավալը՝ 27π սմ³:
95. Կոնի առանցքային հատույթը հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյուն է, որի մակերեսը 9 սմ² է: Գտնք կոնի ծավալը:
96. Կոնի ծավալը 27π սմ³ է, իսկ առանցքային հատույթի գագաթի անկյունը՝ 120° : Գտնք կոնի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
97. Կոնի առանցքային հատույթի գագաթի անկյունը 120° է, իսկ բարձրության և ծնորդի գումարը՝ 3 սմ: Գտնք կոնի ծավալը:
98. Կոնի առանցքային հատույթի գագաթի անկյունը 60° է, իսկ կողմնային մակերևույթի մակերեսը՝ 54π դմ²: Գտնք կոնի ծավալը:
99. Կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը 144π սմ² է, իսկ ծնորդը հիմքի շառավիղից մեծ է 2 սմ-ով: Գտնք կոնի ծավալը:
100. 13 սմ, 14 սմ, 15 սմ կողմերով եռանկյունը պտտել են 14 սմ երկարությամբ կողմը պարունակող ուղղի շուրջը: Գտնք ստացված մարմնի ծավալը:

§ 7. Գնդի ծավալը

Եգիպտացիներն ու բաբելոնացիները մեր թվարկությունից շատ առաջ կարողանում էին հաշվել բազմանիստերի, նույնիսկ գլանի ու կոնի ծավալները: Բայց գնդաձև մարմինների ծավալների հաշվարկները մոտավոր էին ու բավականին կոպիտ, քանի որ նրանք գունդը մոտարկում էին խորանարդով կամ գլանով:

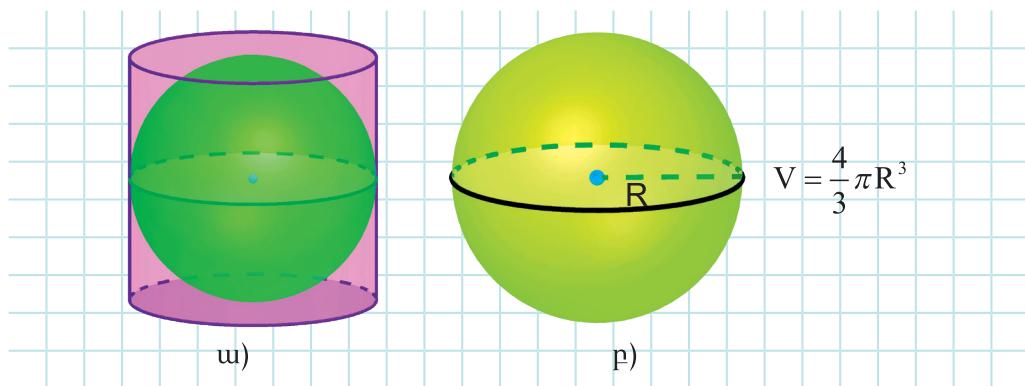
Առաջինը Արքիմեդեսն էր (մ.թ.ա. 287–212 թթ.), որ առաջարկեց գնդի ծավալը հաշվելու ճշգրիտ բանաձև և հիմնավորեց այն: Իր «Գնդի և գլանի մասին» աշխատությունում նա ապացուցեց, որ գնդի ծավալը հավասար է այն գլանի ծավալի $\frac{2}{3}$ -ին, որին ներգծված է գունդը (նկ. 14 ա):



Արքիմեդեսի համար այս հայտնագործությունն այնքան կարևոր էր, որ նա խնդրեց, որ իր գերեզմանի վրա պատկերված լինի գլան և դրան ներգծված գունդ:

Գնդի և գլանի ծավալների կապից, ստացվում է, որ.

R շառավղով գնդի ծավալը՝ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (նկ. 14 բ):

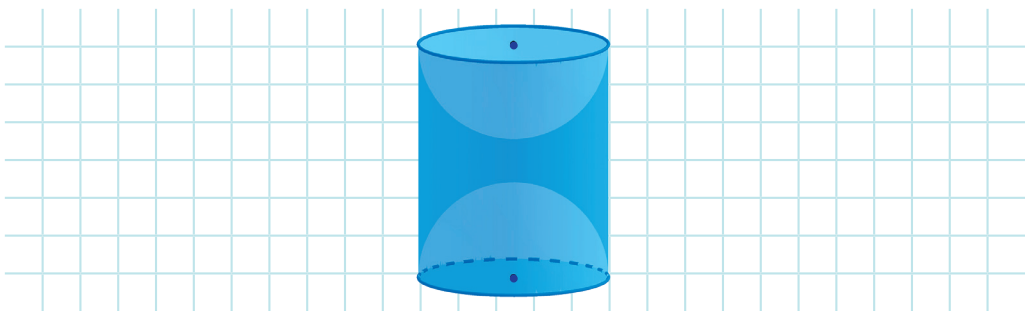


Նկար 14



Հարցեր և խնդիրներ

101. Գտնք 6 սմ շառավղով գնդի ծավալը:
102. Գնդի ծավալը 36π դմ³ է: Գտնք գնդի տրամագիծը:
103. Քանի տոկոսով կմեծանա գնդի ծավալը, եթե դրա շառավիղը մեծացնեն 10%-ով:
104. Գնդի մեծ շրջանի մակերեսը 16π սմ² է: Գտնք գնդի ծավալը:
105. Գտնք այն գնդի ծավալը, որը սահմանափակող գնդային մակերևույթի մակերեսը 144π սմ² է:
106. 25 սմ ու 35 սմ տրամագծերով մետաղյա գնդերը վերածուլել և ստացել են մեկ գունդ: Գտնք ստացված գնդի տրամագիծը:
107. 1000 առանցքակալ պատրաստելու համար պետք է 5 մմ շառավղով պողպատյա 10000 գնդիկ: Գտնք դրա համար անհրաժեշտ պողպատի զանգվածը, եթե պողպատի խտությունը 7,85 գ/սմ³ է:
108. R շառավղով մետաղյա գունդը վերածուլել և ստացել են $\frac{R}{2}$ շառավղով գնդեր: Քանի նոր գունդ է ստացվել:
109. Գլանից, որի հիմքի շառավիղը 12 սմ է, իսկ բարձրությունը՝ 40 սմ, փորել հեռացրել են երկու կիսագունդ, որոնց մեծ շրջանները համընկնում են գլանի հիմքերի հետ (նկ. 15): Գտնք մնացած մասի ծավալը:



Նկար 15

110. Համարելով, որ նարինջը գնդաձև է, գտնք, թե դրա ծավալի որ տոկոսն է կեղևը, եթե նարինջի կեղևի հաստությունը հավասար է դրա շառավղի $\frac{1}{10}$ մասին:

111. Արևը և Երկիրը համարելով գնդեր՝ գտնեք դրանց զանգվածների հարաբերությունը, եթե Երկրի շառավիղը 6371 կմ է, միջին խտությունը՝ 5520 կգ/մ^3 , իսկ Արևի շառավիղը 696340 կմ է, միջին խտությունը՝ 1400 կգ/մ^3 :
112. 10 սմ շառավիղով գունդը վերածուլել և ստացել են 20 սմ բարձրությամբ գլան: Գտնեք գլանի հիմքի շառավիղը:
113. 6 դմ շառավիղով գունդը վերածուլել և ստացել են 6 դմ հիմքի շառավիղով կոն: Գտնեք կոնի բարձրությունը:
114. Հարթության հեռավորությունը գնդի կենտրոնից 24 սմ է, իսկ հատույթում ստացված շրջանի շառավիղը՝ 18 սմ: Գտնեք գնդի ծավալը:
115. Գնդի կենտրոնի հեռավորությունը հատող հարթությունից 3 դմ է, հատույթի մակերեսը՝ $16\pi \text{ դմ}^2$: Գտնեք գնդի ծավալը:
116. R հիմքի շառավիղով և H բարձրությամբ գլանի ծավալը հավասար է R շառավիղով գնդի ծավալին: Համեմատեք այդ մարմինների մակերևույթների մակերեսները:
117. R հիմքի շառավիղով և H բարձրությամբ կոնի ծավալը հավասար է R շառավիղով գնդի ծավալին: Համեմատեք այդ մարմինների մակերևույթների մակերեսները:
118. 12 սմ երկարությամբ կողով խորանարդաձև փայտը տաշելով ստացել են հնարավոր ամենամեծ շառավիղով գունդ: Սկզբնական հումքի քանի՞ տոկոսն է թափոնը:
119. $8\sqrt{3}$ սմ կողմով հավասարակողմ եռանկյան կողմերը շոշափում են գնդի մակերևույթը: Գնդի կենտրոնի հեռավորությունը եռանկյան հարթությունից $2\sqrt{5}$ սմ է: Գտնեք գնդի ծավալը:
120. $8\sqrt{2}$ դմ կողմով քառակուսու գագաթները գնդի մակերևույթի վրա են: Գնդի կենտրոնի հեռավորությունը քառակուսու հարթությունից 6 դմ է: Գտնեք գնդի ծավալը:



Խմբային աշխատանք

Դասարանի աշակերտներին բաժանեք երկու խմբի: Խմբով թող քննարկեն հետևյալ հարցը և ներկայացնեն իրենց դատողությունները.

Նկար 16-ում ներկայացվածը ի՞նչ կապ ունի Արքիմեդի հայտնագործության (գնդի ծավալի բանաձևի) հետ:



Նկար 16



Խմբային աշխատանք

Դասարանի աշակերտներին բաժանեք երկու խմբի: Համարելով ձմերուկները գնդաձև՝ խմբով թող քննարկեն հետևյալ հարցերը և ներկայացնեն իրենց պատասխաններն ու հիմնավորումները.

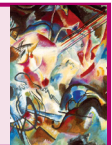
1) Երկու 11,5 սմ շառավղով ձմերուկների ծավալների գումարն է մեծ, թե՛ մեկ 14,5 սմ շառավղով ձմերուկի ծավալը: Գտե՛ք այդ տարբերությունը:

2) Եթե բոլոր ձմերուկների կեղևների հաստությունները 0,8 սմ են, ապա զուտ ձմերուկը (առանց կեղևի) ո՞ր դեպքում է շատ՝ երկու 11,5 սմ շառավղով ձմերուկի, թե՛ 14,5 սմ շառավղով մեկ ձմերուկի: Գտե՛ք այդ տարբերությունը:

3) Համեմատե՛ք առաջին և երկրորդ դեպքերում գտած տարբերությունները:

Ուսումնասիրելով այս գլուխը՝

- Սովորեցի՞ք պտտական մարմինների՝ գլանի, կոնի, գնդի ծավալների բանաձևերը: Դրանք կիրառեցի՞ք խնդիրներ լուծելիս:



Նախագծային աշխատանք

ԲԱԶՄԱՆԻՍՏԵՐԻ ԵՎ ՊՏՏՄԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ԾԱՎԱԼՆԵՐԸ

Աշխատանքի իրականացումը ենթադրում է հետևյալ փուլերը.

- անհրաժեշտ նկարների ստեղծում կամ որոնում,
- սահիկաշարի ստեղծում,
- ֆինանսավորման աղբյուրի որոնում,
- արդյունքների ներկայացում:

Կատարման ժամկետը՝ 2–3 շաբաթ:

ԹԵՍԵՐ ԿՐԿՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ

Թեստ 1

1. Զուգահեռագծի անկյունագիծը հավասար է դրա կողմերից մեկին, մեծ կողմը 6 սմ է, անկյուններից մեկը՝ 45° :

1. Գտնք զուգահեռագծի փոքր կողմը:

1) $3\sqrt{2}$ սմ

2) 2 սմ

3) 6 սմ

4) 3 սմ

2. Գտնք զուգահեռագծի մակերեսը:

1) 9 սմ²

2) $18\sqrt{2}$ սմ²

3) 18 սմ²

4) 36 սմ²

3. Գտնք զուգահեռագծի մեծ անկյունագիծը:

1) $3\sqrt{2}$ սմ

2) 6 սմ

3) $3\sqrt{5}$ սմ

4) $3\sqrt{10}$ սմ

4. Գտնք զուգահեռագծի փոքր կողմին տարված բարձրությունը:

1) 3 սմ

2) $3\sqrt{2}$ սմ

3) 6 սմ

4) 4 սմ

2. Կոնի ծնորդը 10 սմ է և կոնի առանցքի հետ կազմում է 30° անկյուն:

1. Գտե՛ք կոնի հիմքի շառավիղը:
 - 1) 4 սմ
 - 2) 5 սմ
 - 3) 6 սմ
 - 4) 6,5 սմ
2. Գտե՛ք կոնի բարձրությունը:
 - 1) $6\sqrt{2}$ սմ
 - 2) $5\sqrt{3}$ սմ
 - 3) 7 սմ
 - 4) 7,5 սմ
3. Գտե՛ք կոնի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
 - 1) 40π սմ²
 - 2) 60π սմ²
 - 3) 55π սմ²
 - 4) 50π սմ²
4. Գտե՛ք կոնի ծավալը:
 - 1) 100π սմ³
 - 2) $120\sqrt{3}\pi$ սմ³
 - 3) $\frac{125\sqrt{3}\pi}{3}$ սմ³
 - 4) 150π սմ³

3. Տրված են $A(0;-7)$, $B(-4;-3)$, $C(6;-3)$ կետերը:

1. Գտե՛ք BC հատվածի երկարությունը:
 - 1) 10
 - 2) 9
 - 3) 8
 - 4) 1

2. Գտնք $\overline{BA}$ վեկտորի կոորդինատները:
- 1) $\{4; 4\}$
 - 2) $\{4; -4\}$
 - 3) $\{4; -10\}$
 - 4) $\{-4; -4\}$
3. Գտնք $\overline{BA}$ և $\overline{BC}$ վեկտորների սկալյար արտադրյալը:
- 1) 20
 - 2) -40
 - 3) 36
 - 4) 40
4. Գտնք ABC անկյան մեծությունը:
- 1) 60°
 - 2) 30°
 - 3) 45°
 - 4) 90°

Թեստ 2**1. Ուղղանկյուն եռանկյան էջերը 6 սմ և 8 սմ են:**

1. Գտե՛ք եռանկյան պարագիծը:
 - 1) 8 սմ
 - 2) 10 սմ
 - 3) 24 սմ
 - 4) 14 սմ
2. Գտե՛ք եռանկյան ներքնաձիգին տարված միջնագծի երկարությունը:
 - 1) 10 սմ
 - 2) 5 սմ
 - 3) 8 սմ
 - 4) $5\sqrt{3}$ սմ
3. Գտե՛ք եռանկյանը ներգծված շրջանագծի շառավիղը:
 - 1) 4 սմ
 - 2) $2\sqrt{3}$ սմ
 - 3) 5 սմ
 - 4) 2 սմ
4. Գտե՛ք եռանկյան փոքր անկյան գագաթի հեռավորությունը եռանկյանը ներգծած շրջանագծի կենտրոնից:
 - 1) $4\sqrt{2}$ սմ
 - 2) $2\sqrt{5}$ սմ
 - 3) $2\sqrt{10}$ սմ
 - 4) $\sqrt{10}$ սմ

2. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի կողմնային կողի երկարությունը 8 սմ է, իսկ գագաթի հարթ անկյունը՝ 60° :

1. Գտե՛ք հիմքի կողմի երկարությունը:
 - 1) 6 սմ
 - 2) 7 սմ

- 3) 7,5 սմ
 4) 8 սմ
2. Գտնք բուրգի հիմքի մակերեսը:
- 1) 50 սմ²
 2) 56 սմ²
 3) 64 սմ²
 4) 9 սմ²
3. Գտնք բուրգի բարձրության երկարությունը:
- 1) $4\sqrt{2}$ սմ
 2) 6 սմ
 3) 7 սմ
 4) 9 սմ
4. Գտնք բուրգի ծավալը:
- 1) 150 սմ³
 2) $\frac{200\sqrt{2}}{3}$ սմ³
 3) 192 սմ³
 4) $\frac{256\sqrt{2}}{3}$ սմ³

3. Տրված են եռանկյան գագաթների կոորդինատները. $A(2;4)$, $B(7;-5)$

և $C(3;-3)$:

1. Գտնք BC հատվածի միջնակետի կոորդինատները:
- 1) (2; -1)
 2) (5; -4)
 3) (5; -1)
 4) (10; -8)
2. Գտնք $\overline{AB}$ և $\overline{BC}$ վեկտորների սկալյար արտադրյալը:
- 1) - 38
 2) - 2

- 3) 2
- 4) 38
- 3. Ինչպիսի՞ անկյուն են կազմում $\overline{AB}$ և $\overline{BC}$ վեկտորները.
 - 1) սուր
 - 2) բութ
 - 3) ուղիղ
 - 4) փռված
- 4. Գտե՛ք A գագաթից տարված միջնագծի երկարությունը:
 - 1) 7
 - 2) $\sqrt{73}$
 - 3) $\sqrt{21}$
 - 4) 5

Թեստ 3

1. ABC եռանկյունում $AB = 6$ սմ, $BC = 8$ սմ, $AC = 6$ սմ:

1. Գտե՛ք եռանկյան պարագիծը:

- 1) 20 սմ
- 2) 21 սմ
- 3) $8\sqrt{5}$ սմ
- 4) 10 սմ

2. Գտե՛ք եռանկյան մակերեսը:

- 1) 24 սմ^2
- 2) $8\sqrt{5} \text{ սմ}^2$
- 3) $6\sqrt{5} \text{ սմ}^2$
- 4) $7\sqrt{5} \text{ սմ}^2$

3. Գտե՛ք եռանկյան մեծ միջին գիծը:

- 1) 4 սմ
- 2) 3 սմ
- 3) $\sqrt{10}$ սմ
- 4) 6 սմ

4. Գտե՛ք CD հատվածի երկարությունը, եթե AD -ն ABC եռանկյան A անկյան կիսորդն է:

- 1) $\frac{18}{7}$ սմ
- 2) 4 սմ
- 3) 3 սմ
- 4) $\frac{24}{7}$ սմ

2. Գլանի առանցքային հատույթը $10\sqrt{2}$ սմ անկյունագծով քառակուսի է:

1. Գտե՛ք գլանի առանցքային հատույթի անկյունագծի և հիմքի հարթության կազմած անկյունը:

- 1) 30°
 - 2) 45°
 - 3) 60°
 - 4) 90°
2. Գտե՛ք գլանի հիմքի շառավիղը:
- 1) 10 սմ
 - 2) $10\sqrt{2}$ սմ
 - 3) $5\sqrt{2}$ սմ
 - 4) 5 սմ
3. Գտե՛ք գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:
- 1) 50π սմ²
 - 2) 100π սմ²
 - 3) 25 սմ²
 - 4) 10π սմ²
4. Գտե՛ք գլանի ծավալը:
- 1) 250π սմ³
 - 2) 100π սմ³
 - 3) 100 սմ³
 - 4) $50\pi^2$ սմ³

3. Տրված են $A(0;1)$, $B(1;0)$, $C(2;-2)$ կետերը:

1. Գտե՛ք AOB եռանկյան մակերեսը, որտեղ O -ն կոորդինատների սկզբնակետն է:

 - 1) $\frac{1}{2}$
 - 2) 1
 - 3) $\sqrt{2}$
 - 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. Գտե՛ք ABC եռանկյան CD միջնագծի երկարությունը:

 - 1) 8,5

2) 3

3) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

4) $\sqrt{2}$

3. Գտնք $\overline{AC}$ վեկտորի կոորդինատները:

1) $\{2; 3\}$

2) $\{2; -3\}$

3) $\{-2; -3\}$

4) $\left\{-1; -\frac{1}{2}\right\}$

4. Ո՞րն է A և B կետերով անցնող ուղղի հավասարումը:

1) $x + y = 0$

2) $x + y = 1$

3) $x - y = 1$

4) $x - y = 0$

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ ԵՎ ՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐ

ԳԼՈՒԽ I

1. 15 սմ³:
2. 700 մ³:
3. 1000 սմ³:
4. 4 դմ:
5. 8:
6. 27 սմ³:
7. 6 սմ:
8. 12:
9. 25 սմ:
10. 280 սմ³:
11. 8 դմ, 10 դմ, 12 դմ:
12. 1,75 գ/սմ³:
13. 1:
14. 480 սմ³: Ցուցում: Կիրառելով Պյութագորասի թեորեմը՝ գտեք ուղղանկյունանիստի հիմքի անկյունագիծը: Համոզվեք, որ ուղղանկյունանիստի հիմքի անկյունագիծը հավասար է դրա կողմնային կողմին:
15. $60\sqrt{3}$ դմ³: Ցուցում: Կիրառելով Պյութագորասի թեորեմը՝ գտեք ուղղանկյունանիստի հիմքի անկյունագիծը: Օգտվելով ուղղանկյուն եռանկյան 30°-ի դիմացի էջի հատկությունից՝ գտեք ուղղանկյունանիստի անկյունագիծը, ապա Պյութագորասի թեորեմով գտեք կողմնային կողը:
Նշենք, որ ուղղանկյունանիստի հիմքի անկյունագիծը գտնելուց հետո կողմնային կողը կարելի է գտնել նաև ելնելով ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյան տանգենսի սահմանումից:
16. 32 սմ³: Ցուցում: Կիրառելով Պյութագորասի թեորեմը՝ գտեք ուղղանկյունանիստի հիմքի անկյունագիծը: Ապա, ելնելով ուղղանկյուն եռանկյան սուր անկյան տանգենսի սահմանումից, գտեք ուղղանկ-

յունանիստի կողմնային կողը:

17. 72 սմ³: Ցուցում: Օգտվելով $a^2 + b^2 + c^2 = d^2$ բանաձևից՝ գտեք ուղղանկյունանիստի չափումները:
18. 1200 դմ³: Ցուցում: Օգտագործելով անկյունագծային հատույթի մակերեսի և կողմնային կողի տրված մեծությունները՝ գտեք ուղղանկյունանիստի հիմքի անկյունագիծը: Ապա Պյութագորասի թեորեմով գտեք հիմքի կողմերը:
19. 1152 սմ²: Ցուցում: Հիմքի փոքր կողմը նշանակեք $3x$ -ով, մեծ կողմը կլինի $5x$: Կիրառելով $V = abc$ բանաձևը՝ գտեք հիմքի կողմերը:
20. 20 սմ³: Ցուցում: Հիմքի փոքր կողմը նշանակեք x -ով, մեծ կողմը կլինի $4x$: Օգտվելով նրանից, որ կողմնային կողը հավասար է հիմքի պարագծի կեսին՝ այն արտահայտեք x -ով:
21. 240 սմ³:
22. 4 սմ:
23. 360 սմ³:
24. 6: Ցուցում: Քանի որ պրիզմաների բարձրությունները հավասար են, ապա դրանց ծավալների հարաբերությունը հավասար է հիմքերի մակերեսների հարաբերությանը: Մնում է համեմատել a կողմով կանոնավոր վեցանկյան ու a կողմով կանոնավոր եռանկյան մակերեսները:
25. 4116 սմ³: Ցուցում: Հիմքի փոքր էջը նշանակեք $3x$ -ով, մեծ էջը կլինի $4x$: Պյութագորասի թեորեմով հիմքի ներքնաձիգն արտահայտեք x -ով: Կիրառելով $S_{\text{կողմ.}} = P_{\text{հիմք}} \cdot H$ բանաձևը՝ գտեք հիմքի կողմերը:
26. 16 դմ³: Ցուցում: Օտվելով նրանից, որ պրիզմայի լրիվ մակերևույթի մակերեսի և կողմնային մակերևույթի մակերեսի տարբերությունը հիմքի մակերեսի կրկնապատիկն է՝ գտեք հիմքի կողմը: Ապա գտեք պրիզմայի բարձրությունը:
27. $24\sqrt{3}$ սմ³:
28. 360 սմ³: Ցուցում: Նկատենք, որ հիմքի եռանկյունը ուղղանկյուն եռանկյուն է (ըստ Պյութագորասի թեորեմի հակադարձ թեորեմի), և այդ եռանկյան մեծ բարձրությունը փոքր էջին տարված բարձրությունն է՝ մեծ էջը:
29. Կանոնավոր վեցանկյուն պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը փոքր է: Ցուցում: Կանոնավոր վեցանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմը նշանակեք a -ով, կանոնավոր եռանկյուն պրիզմայի հիմքի

կողմը՝ b -ով: Հավասարեցնելով պրիզմաների ծավալները՝ b -ն արտահայտեք a -ով: Պրիզմաների կողմնային մակերևույթների մակերեսներն արտահայտեք a -ով:

30. Կանոնավոր վեցանկյուն պրիզմայի կողմնային մակերևույթի մակերեսը փոքր է: Ցուցում: Տեն նախորդ խնդրի ցուցումը:

31. 24 սմ³: Ցուցում: Պրիզմայի հիմքի կողմը նշանակենք a -ով: Հիմքի բարձրությունը և պրիզմայի բարձրությունը կլինեն $\frac{\sqrt{3}}{2}a$: Հատույթի մակերեսն արտահայտեք a -ով և գտեք a -ն:

32. $\frac{a^3}{4}$: Ցուցում: Խնդրի պայմաններից հետևում է, որ պրիզմայի կողմնային կողերը հավասար են հիմքերի ներքնաձիգերին և a են: Պյութագորասի թեորեմով գտեք հիմքի էջերը:

33. 336 սմ²: Ցուցում: Գտեք պրիզմայի հիմքի մակերեսը: Ելնելով դրանից՝ գտեք հիմքի եռանկյան 18 սմ երկարությամբ կողմին տարված բարձրությունը, ապա այդ եռանկյան սրունքը:

34. 192 սմ³: Ցուցում: Որևէ գագաթից տարեք պրիզմայի անկյունագիծ, ապա նույն գագաթից կողմնային նիստի անկյունագիծ: Միացնելով դրանց՝ պրիզմայի մյուս հիմքին պատկանող ծայրակետերը՝ կստանաք ուղղանկյուն եռանկյուն, որի երրորդ կողմը հիմքի քառակուսու կողմն է:

35. 729 սմ³: Ցուցում: Հաշվի առնելով, որ պրիզմայի մեծ անկյունագծային հատույթի կից կողմերից մեկը պրիզմայի բարձրությունն է, իսկ մյուսը հավասար է հիմքի կողմի կրկնապատիկին՝ գտեք պրիզմայի բարձրությունը:

36. 1440 սմ³: Ցուցում: Հաշվի առնելով, որ շեղանկյան անկյունագծերը փոխուղղահայաց են և հատման կետով կիսվում են՝ գտեք շեղանկյան կողմը: Պրիզմայի հիմքի մակերեսը գտեք $S = \frac{1}{2}d_1d_2$ բանաձևով:

37. 7200 սմ³: Ցուցում: Նախ գտեք պրիզմայի հիմքի՝ շեղանկյան պարագիծը, ապա շեղանկյան կողմն ու մակերեսը:

38. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ դմ, $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ դմ, $3\sqrt{2}$ դմ: Ցուցում: Նախ գտեք պրիզմայի հիմքի մակերեսը: Հետո, հաշվի առնելով, որ պրիզմայի կողմնային նիստերի մակերեսների հարաբերությունը հավասար է դրա հիմքի կողմերի հարաբերությանը՝ պարզեք պրիզմայի հիմքի կողմերի

հարաբերությունը:

39. $\frac{64\sqrt{6}}{3}$ դմ³: Ցուցում: Հաշվի առնելով, որ պրիզմայի մեծ անկյունագիծը, հիմքի շեղանկյան մեծ անկյունագիծը և դրանց ծայրակետերը միացնող կողմնային կողը կազմում են հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյուն՝ գտեք պրիզմայի բարձրությունը և հիմքի շեղանկյան մեծ անկյունագիծը: Նկատի ունենալով, որ 60°-ի անկյունով շեղանկյան փոքր անկյունագիծը հավասար է շեղանկյան կողմին և ունենալով շեղանկյան մեծ անկյունագիծը՝ գտեք շեղանկյան մակերեսը:
40. 15 սմ²: Ցուցում: Օգտվեք թեք պրիզմայի ծավալի բանաձևից:
41. 80 սմ³:
42. 4 սմ:
43. 50 դմ³:
44. Հավասար են:
45. 6: Ցուցում: Հաշվի առեք, որ ABCD₁B₁C₁D₁ կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի և B₁ACD բուրգի բարձրությունները հավասար են, իսկ պրիզմայի հիմքի մակերեսը երկու անգամ մեծ է բուրգի հիմքի մակերեսից:
46. 112 սմ³:
47. $\frac{243}{2}$ սմ³: Ցուցում: Վերաձևակերպելով խնդիրը՝ կարող ենք ասել, որ ունենք 9 սմ սրունքով ուղղանկյուն եռանկյուն հիմքով բուրգ, որի կողմնային կողերից մեկը նույնպես 9 սմ է և ուղղահայաց է բուրգի հիմքին:
48. 1440 սմ³: Ցուցում: Հեռացված բուրգերի ծավալը հաշվելու համար օգտվեք նախորդ խնդրի ցուցումից:
49. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ դմ³:
50. 24 սմ³: Ցուցում: Պյութագորասի թեորեմով գտեք հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը: Ապա, օգտվելով $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 3$) բանաձևից, գտեք հիմքի կողմը:
51. 27 սմ³: Ցուցում: Նկատենք, որ $\frac{H}{r} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, որտեղ H -ը բուրգի բարձրությունն է, իսկ r -ը՝ հիմքին ներգծած շրջանագծի շա-

ռավիղը: Հիմքի կողմը գտնելու համար օգտվեք $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 3$) բանաձևից:

52. 24 դմ³: Ցուցում: Նկատենք, որ $\frac{H}{r} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$, որտեղ H -ը բուրգի բարձրությունն է, իսկ r -ը՝ հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը:

Հիմքի կողմը գտնելու համար օգտվեք $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ բանաձևից, որտեղ $n = 3$:

53. 144 սմ³: Ցուցում: Կողմնային կողի ծայրակետերը միացրեք բուրգի հիմքի կենտրոնին և համոզվեք, որ բուրգի բարձրությունը հավասար է հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղին: Ապա, օգտվելով

$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 3$) բանաձևից, գտեք հիմքի կողմը:

54. 48 սմ³: Ցուցում: Նկատենք, որ $\frac{H}{R} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$, որտեղ H -ը բուրգի բարձրությունն է, իսկ R -ը՝ հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը:

Հիմքի կողմը գտեք $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 3$) բանաձևով:

55. 18 դմ³: Ցուցում: $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևով գտեք R -ը:

Կողմնային կողի ծայրակետերը միացրեք բուրգի հիմքի կենտրոնին և համոզվեք, որ բուրգի բարձրությունը հավասար է հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղին:

56. 4 սմ³: Ցուցում: Պյուրագորասի թեորեմով գտեք հիմքի անկյունագիծը, ապա բուրգի բարձրությունը:

57. $96\sqrt{3}$ սմ³: Ցուցում: Նկատենք, որ $\frac{H}{r} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, որտեղ H -ը

բուրգի բարձրությունն է, իսկ r -ը՝ հիմքին ներգծած շրջանագծի

շառավիղը: Հիմքի կողմը գտնելու համար օգտվեք $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևից:

58. 48 սմ³: Ցուցում: Հաշվի առնելով, որ կանոնավոր բուրգի կողմնային նիստերը հավասար եռանկյուններ են՝ գտեք դրանցից մեկի մակերեսը: Ստացված արդյունքը օգտագործեք հարթագիծը գտնելու համար: Գտեք հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը, ապա բուրգի բարձրությունը:

59. $\frac{256\sqrt{2}}{3}$ սմ³: Ցուցում: Քանի որ կանոնավոր բուրգի կողմնային նիստը հավասարասրուն եռանկյուն է, ու այս դեպքում այդ եռանկյան մի անկյունը 60° է, ապա կողմնային նիստը հավասարակողմ եռանկյուն է: Ուրեմն բուրգի կողմնային կողը նույնպես 8 սմ է: Ունենալով բուրգի հիմքի կողմն ու կողմնային կողը՝ կարող եք գտնել հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը, ապա բուրգի բարձրությունը:
60. 12 դմ³: Ցուցում: Նկատենք, որ $\frac{H}{R} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$, որտեղ H -ը բուրգի բարձրությունն է, իսկ R -ը՝ հիմքին արտագծած շրջանագծի շառավիղը: Հիմքի կողմը գտեք $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 6$) բանաձևով:
61. 384 սմ³: Ցուցում: Բուրգի հարթագծի ծայրակետերը միացրեք բուրգի հիմքի կենտրոնին և համոզվեք, որ բուրգի բարձրությունը հավասար է հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղին: Իսկ հիմքին ներգծած շրջանագծի շառավիղը գտնելու համար օգտվեք $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 6$) բանաձևից:

ԳԼՈՒԽ II

62. 360π սմ³:
63. 6 սմ:
64. 3:
65. 9:
66. 3:
67. $256\sqrt{2}\pi$ դմ³: Ցուցում: Քանի որ գլանի առանցքային հատույթի անկյունագիծը հիմքի հարթության հետ կազմում է 45° անկյուն, ապա գլանի բարձրությունը հավասար է հիմքի տրամագծին: Գլանի բարձրությունը և հիմքի տրամագիծը գտնելու համար օգտվեք Պյութագորասի թեորեմից:
68. 5:
69. Երկրորդինը, 96π սմ³-ով: Ցուցում: Առաջին գլանի հիմքի շառավիղը կլինի 6 սմ, բարձրությունը՝ 8 սմ, իսկ երկրորդ գլանի հիմքի

շառավիղը կլինի 8 սմ, բարձրությունը՝ 6 սմ:

70. $\approx 0,75$ մմ:

71. $\approx 10,5$ կգ: Ցուցում: Երկաթի ծավալը հավասար է երկու գլանների ծավալների տարբերությանը, որոնցից մեկի հիմքի շառավիղը 2,54 սմ է, մյուսի հիմքի շառավիղը՝ 2,24 սմ:

72. $\approx 387,85$ գ: Ցուցում: Ձուլակտորի ծավալը հավասար է դրա արտամղած հեղուկի ծավալին: Արտամղած հեղուկի ծավալն էլ հավասար է 4 սմ հիմքի շառավղով և 0,4 սմ բարձրությամբ գլանի ծավալին:

73. 8: Ցուցում: Բաժակի հիմքի շառավիղը նշանակեք R -ով, իսկ բարձրությունը՝ H -ով: Սափորի հիմքի շառավիղը կլինի $2R$, իսկ բարձրությունը՝ $2H$: Գտեք այդ գլանների ծավալների հարաբերությունը:

74. ≈ 434 տ:

75. $\approx 3,25$ մմ: Ցուցում: Ենթադրենք՝ սառույցի հալվելուց հետո ջրի մակարդակը սկզբնականի հետ համեմատած բարձրացել է x սմ-ով: Այդ դեպքում սառույցից ստացված ջրի ծավալը հավասար է 3 սմ հիմքի շառավղով և x սմ բարձրությամբ գլանի ծավալին: Նկատի ունեցեք նաև, որ սառույցի և ջրի խտությունները տարբեր են:

76. 100π սմ²:

77. 150π դմ³:

78. 1008π սմ³:

79. 360π դմ³: Ցուցում: Գլանի հիմքի շառավիղը նշանակեք R -ով: Բարձրությունը կլինի $R + 4$: Գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը արտահայտեք R -ով և գտեք R -ը:

80. 648π սմ³: Ցուցում: Գլանի հիմքի շառավիղը նշանակեք R -ով: Բարձրությունը կլինի $3R$: Գլանի լրիվ մակերևույթի մակերեսը արտահայտեք R -ով և գտեք R -ը:

81. $625\sqrt{5}\pi$ սմ³: Ցուցում: Հավասարեցնելով գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը հիմքի մակերեսի կրկնապատիկին՝ գտեք գլանի հիմքի շառավղի ու բարձրության կապը: Օգտագործելով այդ կապը և լրիվ մակերևույթի մակերեսի տրված մեծությունը՝ գտեք գլանի հիմքի շառավիղն ու բարձրությունը:

82. 192π սմ³:

83. 6 սմ:

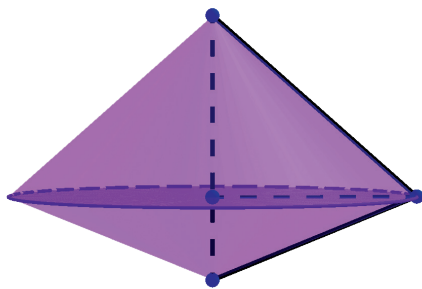
84. 216π դմ³:

85. 4:

86. 16:
87. $\frac{5}{6}$:
88. 4096π սմ³:
89. 5 սմ:
90. 128π դմ³:
91. $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi$ սմ³: Ցուցում: Քանի որ կոնի առանցքային հատույթը կանոնավոր եռանկյուն է, որի պարագիծը 24 սմ է, ապա կոնի ծնորդը և հիմքի տրամագիծը 8 սմ են: Պյութագորասի թեորեմով գտեք կոնի բարձրությունը, ապա ծավալը:
92. 16π սմ³: Ցուցում: Խնդրի տվյալներից հետևում է, որ կոնի ծնորդը 5 սմ է, իսկ հիմքի տրամագիծը՝ 8 սմ: Պյութագորասի թեորեմով գտեք կոնի բարձրությունը, ապա ծավալը:
93. 12π սմ³:
94. 30° :
95. 9π սմ³: Ցուցում: Կոնի առանցքային հատույթի հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյուն լինելուց հետևում է, որ կոնի հիմքի շառավիղը հավասար է կոնի բարձրությանը: Բացի դրանից, ունենք, որ $\frac{1}{2}l^2 = 12$, որտեղ l -ը կոնի ծնորդն է:
96. $18\sqrt{3}\pi$ սմ²: Ցուցում: Նկատենք, որ կոնի առանցքային հատույթի հիմքին առընթեր անկյունը 30° է, հետևաբար կոնի ծնորդը հավասար է կոնի բարձրության կրկնապատիկին: Ելնելով դրանից՝ կոնի հիմքի շառավիղն արտահայտեք կոնի բարձրությամբ:
97. π սմ³: Ցուցում: Նկատենք, որ կոնի առանցքային հատույթի հիմքին առընթեր անկյունը 30° է, հետևաբար կոնի ծնորդը հավասար է կոնի բարձրության կրկնապատիկին: Մյուս կողմից՝ դրանց գումարը 3 սմ է:
98. 81π դմ³: Ցուցում: Կոնի ծնորդը նշանակեք l -ով: Առանցքային հատույթը կլինի l կողմով հավասարակողմ եռանկյուն: Հետևաբար հիմքի շառավիղը կլինի $\frac{l}{2}$, իսկ բարձրությունը՝ $\frac{\sqrt{3}}{2}l$: Կողմնային մակերևույթի մակերեսն արտահայտեք l -ով և գտեք l -ը:
99. 128π սմ³: Ցուցում: Կոնի հիմքի շառավիղը նշանակեք R -ով, ծնոր-

դը կլինի $R + 2$: Կոնի լրիվ մակերևույթի մակերեսը արտահայտեք R -ով և գտեք R -ը: Ապա Պյութագորասի թեորեմով գտեք կոնի բարձրությունը:

- 100.** 672π սմ³: Ցուցում: Հերոնի բանաձևով գտեք եռանկյան մակերեսը, ապա 14 սմ երկարությամբ կողմին տարված բարձրությունը: Այդ բարձրությամբ եռանկյունը բաժանվում է երկու ուղղանկյուն եռանկյունների, որոնց պտույտներից առաջանում է նույն հիմքով երկու կոն (նկ. 17): Կոների հիմքի շառավիղը հավասար է եռանկյան գտնված բարձրությանը, իսկ դրանց բարձրությունների գումարը 14 սմ է:



Նկար 17

- 101.** 288π սմ³:
102. 6 դմ:
103. 33,1%-ով:
104. $\frac{256}{3}\pi$ սմ³:
105. 288π սմ³:
106. $\approx 38,8$ սմ:
107. $\approx 41,1$ կգ:
108. 8:
109. 3456π սմ³:
110. $\approx 27\%$: Ցուցում: Կեղևի ծավալը հավասար է R շառավիղով և $0,9R$ շառավիղով գնդերի ծավալների տարբերությանը:

111. ≈ 331154 :

112. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ սմ:

113. 24 դմ:

114. 360000π սմ³: Ցուցում: Գնդի շառավիղը գտնելու համար դիտարկեք այն ուղղանկյուն եռանկյունը, որի էջերից մեկը հատույթի շառավիղն է, մյուսը գնդի կենտրոնի հեռավորությունն է այդ հատույթից, իսկ ներքնաձիգը գնդի շառավիղն է:

115. $\frac{500}{3}\pi$ դմ³: Ցուցում: Նախ գտեք հատույթի շառավիղը, ապա կրկնեք նախորդ խնդրի ցուցումում առաջարկվող քայլերը:

116. Գնդի մակերևույթի մակերեսը ավելի փոքր է: Ցուցում: Հավասարեցնելով գլանի և գնդի ծավալները՝ H -ն արտահայտեք R -ով, ապա մակերևույթների մակերեսներն արտահայտեք R -ով:

117. Գնդի մակերևույթի մակերեսը ավելի փոքր է: Ցուցում: Հավասարեցնելով կոնի և գնդի ծավալները՝ H -ն արտահայտեք R -ով, ապա մակերևույթների մակերեսներն արտահայտեք R -ով:

118. $\approx 47,6\%$: Ցուցում: Այդպիսի խորանարդից ստացվող ամենամեծ շառավղով գնդի շառավիղը կլինի 6 սմ:

119. 288π սմ³: Ցուցում: Գնդային մակերևույթի՝ եռանկյան հարթությամբ հատույթը այդ եռանկյանը ներգծած շրջանագիծն է: Օգտվելով $a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 3$) բանաձևից՝ գտեք հատույթի շառավիղը:

Դա ունենալով՝ գտեք գնդի շառավիղը:

120. $\frac{4000}{3}\pi$ դմ³: Ցուցում: Գնդային մակերևույթի՝ քառակուսու հարթությամբ հատույթը այդ քառակուսուն արտագծած շրջանագիծն է: Օգտվելով $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ($n = 4$) բանաձևից՝ գտեք հատույթի շառավիղը: Դա ունենալով՝ գտեք գնդի շառավիղը:

ԹԵՄԱՏԵՐ ԿՐԿՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

Թեւստ 1

1.1	1
1.2	3
1.3	4
1.4	2
2.1	2
2.2	2
2.3	4
2.4	3
3.1	1
3.2	2
3.3	4
3.4	3

Թեւստ 2

1.1	3
1.2	2
1.3	4
1.4	3
2.1	4
2.2	3
2.3	1
2.4	4
3.1	2
3.2	1
3.3	2
3.4	2

Թեւստ 3

1.1	1
1.2	2
1.3	1
1.4	2
2.1	2
2.2	4
2.3	2
2.4	1
3.1	1
3.2	3
3.3	3
3.4	2

ԱՌԱՐԿԱՅԱՑԱՆԿ

Բուրգի ծավալը – 12

Գլանի ծավալը – 16

Գնդի ծավալը – 22

Թեք պրիզմայի ծավալը – 10

Խորանարդի ծավալը – 5

Խորանարդ մետր – 5

Ծավալ – 4

Ծավալի հատկությունները – 5

Կոնի ծավալը – 19

Կանոնավոր պրիզմայի ծավալը – 9

Ուղիղ պրիզմայի ծավալը – 9

Ուղղանկյունանիստի ծավալը – 5

Պրիզմայի ծավալը – 9

ԼՐԱՅՈՒՑԻՉ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐ

1. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б., Позняк Э. Г., Киселёва Л. С. Геометрия 10–11, учебник, – М.: Просвещение: 2019.
2. Прасолов В. В. Задачи по стереометрии. – М.: МЦНМО: 2010.
3. Делоне Б. Н. Задачник по геометрии. – М.; Л; ГНТТЛ: 1950.
4. Виноградова А. В. Устные упражнения по стереометрии. – М.: ПРОМЕТЕЙ. 2014.
5. <https://mathnet.am>
6. <https://www.problems.ru>
7. <https://zadachi.mccme.ru>

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ԳԼՈՒԽ I ԲԱԶՄԱՆԻՍՏԻ ԾԱՎԱԼԸ

§1. Ծավալի գաղափարը: Ուղղանկյունանիստի ծավալը	4
1. Ծավալի գաղափարը: Ծավալի հիմնական հատկությունները	4
2. Ուղղանկյունանիստի ծավալը	5
§ 3. Պրիզմայի ծավալը	9
§ 4. Բուրգի ծավալը	12

ԳԼՈՒԽ II ՊՏՏԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ԾԱՎԱԼՆԵՐԸ

§ 5. Գլանի ծավալը	16
§ 6. Կոնի ծավալը	19
§ 7. Գնդի ծավալը	22
ԹԵՍՏԵՐ ԿՐԿՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ	26
ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ ԵՎ ՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐ	35
ԹԵՍՏԵՐ ԿՐԿՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ	45
ԱՌԱՐԿԱՅԱՅԱՆԿ	46
ԼՐԱՅՈՒՑԻՉ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐ	46

Գագիկ Աղեկյան

ԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ 12

Գրքի ձևավորման համար օգտագործվել են
Վասիլի Կանդինսկու որոշ նկարներ:



Գրքի որոշ նկարներ վերցվել են <https://www.wikipedia.org-hy>

Հրատարակչության խմբագիր՝ Մարգարիտ Արիստակեսյան
Համակարգչային ձևավորումը՝ Հեղինե Փիլոյանի
Կազմի ձևավորումը՝ Արտակ Հարությունյանի



ԷԴԻՓ ՊՐԻՆՏ

Երևան, Դ. Մալյան 43
հեռ.՝ (374 10) 520 848
www.editprint.am
info@editprint.am

Չափսը՝ 70x100 1/16, թուղթը՝ օֆսեթ:

Ծավալը՝ 3 մամուլ:

Տպաքանակը