

Եռանկյունաչափություն

Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների սահմանումները

Սինուս

Կոսինուս

Տանգենս

Կոտանգենս

Ռադիան

Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների նշանները

Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների որոշ արժեքներ

Հիմնական եռանկյունաչափական նույնություններ

Բերման բանաձևեր

Բերման բանաձևերի ալգորիթմ

Գումարման բանաձևեր

Կրկնակի անկյան բանաձևեր

Աստիճան իջեցնելու բանաձևեր

Գումարը արտադրյալի ձևափոխելու բանաձևեր

Արտադրյալը գումարի ձևափոխելու բանաձևեր

Կես անկյան բանաձևեր

Հակադարձ եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ

Արկսինուս

Արկկոսինուս

Արկտանգենս

Արկկոտանգենս

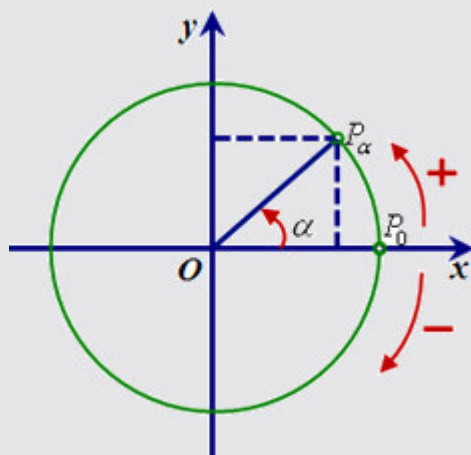
Առնչություններ հակադարձ եռանկյունաչափական ֆունկցիաների միջև

Պարզագույն եռանկյունաչափական հավասարումներ

Մասնավոր դեպքեր

✔ Դիտարկենք կոորդինատների սկզբնակետում կենտրոն և մեկ միավորի հավասար շառավիղ ունեցող շրջանագիծ (միավոր շրջանագիծ): Միավոր շրջանագծի վրա նշենք $P_0(1;0)$ կետը (նկ.1): OP_0 շառավիղը կոչվում է սկզբնական շառավիղ:

✔ Եթե սկզբնական շառավիղը պտտվում է O կետի շուրջը ժամի սլաքի ուղղությամբ, ապա պտտման անկյունը համարվում է բացասական, իսկ եթե սկզբնական շառավիղը պտտվում է O կետի շուրջը ժամի սլաքին հակառակ, ապա պտտման անկյունը համարվում է դրական: Սկզբնական շառավիղը O կետի շուրջը α անկյունով պտտելիս $P_0(1;0)$ կետը անցնում է P_α կետին:

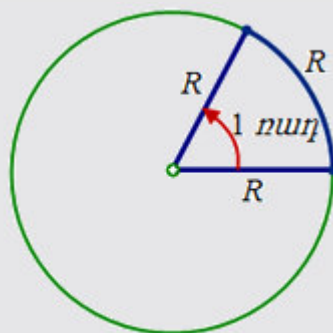


✔ P_α կետի օրդինատը կոչվում է α անկյան սինուս, իսկ աբսցիսը՝ α անկյան կոսինուս:

✔ α անկյան տանգենս է կոչվում α անկյան սինուսի հարաբերությունը կոսինուսին:

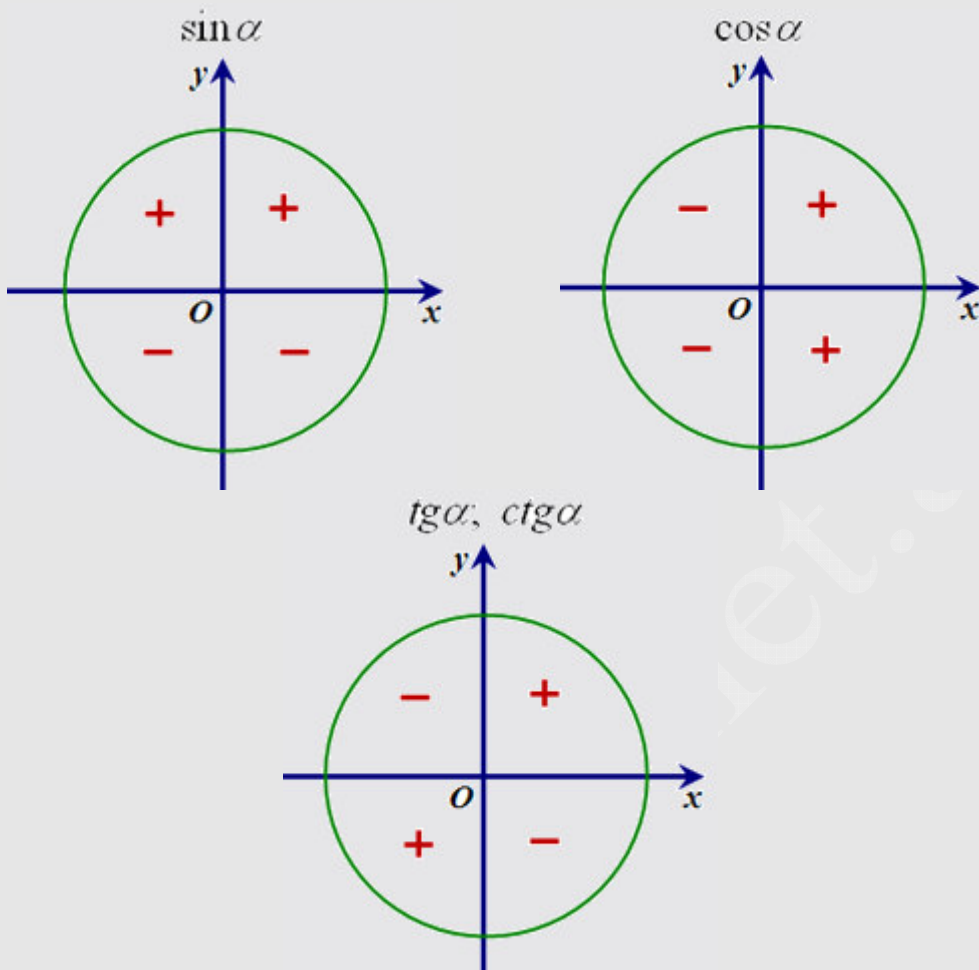
✔ α անկյան կոտանգենս է կոչվում α անկյան կոսինուսի հարաբերությունը սինուսին:

✔ Մեկ ռադիանի անկյունը այն կենտրոնական անկյունն է, որը շրջանագծից անջատում է նրա շառավիղին հավասար երկարությամբ աղեղ:



✔ $1 \text{ ռադ} = \frac{180^\circ}{\pi}$, $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ ռադ}$, մասնավորապես՝ $180^\circ = \pi \text{ ռադ}$:

Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների նշանները



Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների արժեքների աղյուսակ

ֆունկցիա	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$tg \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$ctg \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	-	0	-

Հիմնական եռանկյունաչափական նույնություններ

$$\checkmark \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\checkmark \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\checkmark \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\checkmark \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\checkmark 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\checkmark 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\checkmark \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\checkmark \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\checkmark \operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\checkmark \operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

Բերման բանաձևեր

	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
$\sin x$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos x$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} x$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

Բերման բանաձևերի ալգորիթմ

1) Եթե α -ին (կամ $-\alpha$ -ին) գումարվում է $\frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, ապա.

ա) երբ k -ն գույգ է, ֆունկցիան չի փոխվում;

բ) երբ k -ն կենս է, ֆունկցիան փոխվում է, ընդ որում՝ սինուսը կոսինուսով, կոսինուսը սինուսով, տանգենսը կոտանգենսով և կոտանգենսը տանգենսով:

2) Եթե α -ն համարենք սուր, ապա գրվում է այն նշանը, որը ունի ձախ կողմը:

Եռանկյունաչափական ձևափոխություններ

Գումարման քանաձևեր

$$\checkmark \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\checkmark \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\checkmark \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \sin \alpha$$

$$\checkmark \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \sin \alpha$$

$$\checkmark \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\checkmark \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\checkmark \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = -\frac{1 - \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$$

$$\checkmark \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = -\frac{1 + \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}$$

Կրկնակի անկյան քանաձևեր

$$\checkmark \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\checkmark \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\checkmark \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\checkmark \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\checkmark \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\checkmark \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

Աստիճան իջեցնելու քանաձևեր

$$\checkmark \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\checkmark \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

Գումարը արտադրյալի ձևափոխելու քանաձևեր

$$\checkmark \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\checkmark \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\checkmark \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\checkmark \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\checkmark \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$\checkmark \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$\checkmark \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

$$\checkmark \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

Արտադրյալը գումարի ձևափոխելու քանաձևեր

$$\checkmark \cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

$$\checkmark \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

$$\checkmark \sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)}{2}$$

Կես անկյան բանաձևեր

$$\checkmark \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\checkmark \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\checkmark \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\checkmark \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Հակադարձ եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ

\checkmark a ($|a| \leq 1$) թվի արկսինուս էն անվանում $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ հատվածի այն թիվը, որի սինուսը a է.

$$\arcsin a = \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ \sin \alpha = a \end{cases}$$

\checkmark a ($|a| \leq 1$) թվի արկկոսինուս է կոչվում $[0; \pi]$ միջակայքի այն թիվը, որի կոսինուսը a է.

$$\arccos a = \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \in [0; \pi] \\ \cos \alpha = a \end{cases}$$

\checkmark a թվի արկտանգենս է կոչվում $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ միջակայքի այն թիվը, որի տանգենսը a է.

$$\operatorname{arctg} a = \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \\ \operatorname{tg} \alpha = a \end{cases}$$

✓ a թվի արկկոտանգենս է կոչվում $(0; \pi)$ միջակայքի այնպիսի թիվ, որի կոտանգենսը հավասար է a -ին.

$$\operatorname{arccot} a = \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \in (0; \pi) \\ \operatorname{ctg} \alpha = a \end{cases}$$

Առնչություններ հակադարձ եռանկյունաչափական ֆունկցիաների միջև

✓ $\operatorname{arcsin} a + \operatorname{arccos} a = \frac{\pi}{2}, a \in [-1; 1]$

✓ $\cos(\operatorname{arcsin} a) \equiv \sqrt{1-a^2}, a \in [-1; 1]$

✓ $\operatorname{arctg} a + \operatorname{arcctg} a = \frac{\pi}{2}, a \in \mathbb{R}$

✓ $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} a) = \frac{1}{a}, a \neq 0$

✓ $\sin(\operatorname{arccos} a) \equiv \sqrt{1-a^2}, a \in [-1; 1]$

✓ $\operatorname{tg}(\operatorname{arcctg} a) = \frac{1}{a}, a \neq 0$

Եռանկյունաչափական հավասարումներ

Պարզագույն եռանկյունաչափական հավասարումներ

✓ $\sin x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = (-1)^n \operatorname{arcsin} a + \pi n, & n \in \mathbb{Z}, \text{ եթե } |a| \leq 1 \\ \emptyset, & \text{եթե } |a| > 1 \end{cases}$

✓ $\cos x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \operatorname{arccos} a + 2\pi n, & n \in \mathbb{Z}, \text{ եթե } |a| \leq 1 \\ \emptyset, & \text{եթե } |a| > 1 \end{cases}$

✓ $\operatorname{tg} x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

✓ $\operatorname{ctg} x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Մասնավոր դեպքեր

✓ $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

✓ $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

✓ $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

✓ $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

✓ $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

✓ $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

[Սկիզբ](#)

[Մաթեմատիկա](#)